institut für **b**anken und **f**inanzplanung
Feldstrasse 41, 7205 Zizers
081 330 82 40, max.luescher@ibf-chur.ch
www.ibf-chur.ch

Diagramme

Grundlagen der Finanzmathematik/-statistik
Kompakte Einführung für Praxis und Studium
Max Lüscher-Marty
4., überarbeitete Auflage 2021
Compendio Bildungsmedien AG

Kapitel 1:
Zinsrechnen

Zinsrechnen: Grundfragen

Die Grundfragen der Zinsrechnung lauten:

a. Welches ist das **Endkapital (K_n)**, wenn ein bestimmtes Anfangskapital **(K_0)** zu einem bestimmten Zinssatz **(i)** während einer bestimmten Laufzeit **(n)** angelegt wird?

b. Welches ist das **Anfangskapital (K_0)**, um mit einem bestimmten Zinssatz **(i)** während einer bestimmten Laufzeit **(n)** ein bestimmtes Endkapital **(K_n)** zu erreichen?

c. Welches ist der **Zinssatz (i)**, damit ein bestimmtes Anfangskapital **(K_0)** nach einer bestimmten Laufzeit **(n)** auf ein bestimmtes Endkapital **(K_n)** anwächst?

d. Welches ist die **Laufzeit (n)**, damit ein bestimmtes Anfangskapital **(K_0)**, verzinst zu einem bestimmten Zinssatz **(i)**, ein bestimmtes Endkapital **(K_n)** erreicht?

Zinssatz (i, p), Zinsfaktor (q), Zinsertrag

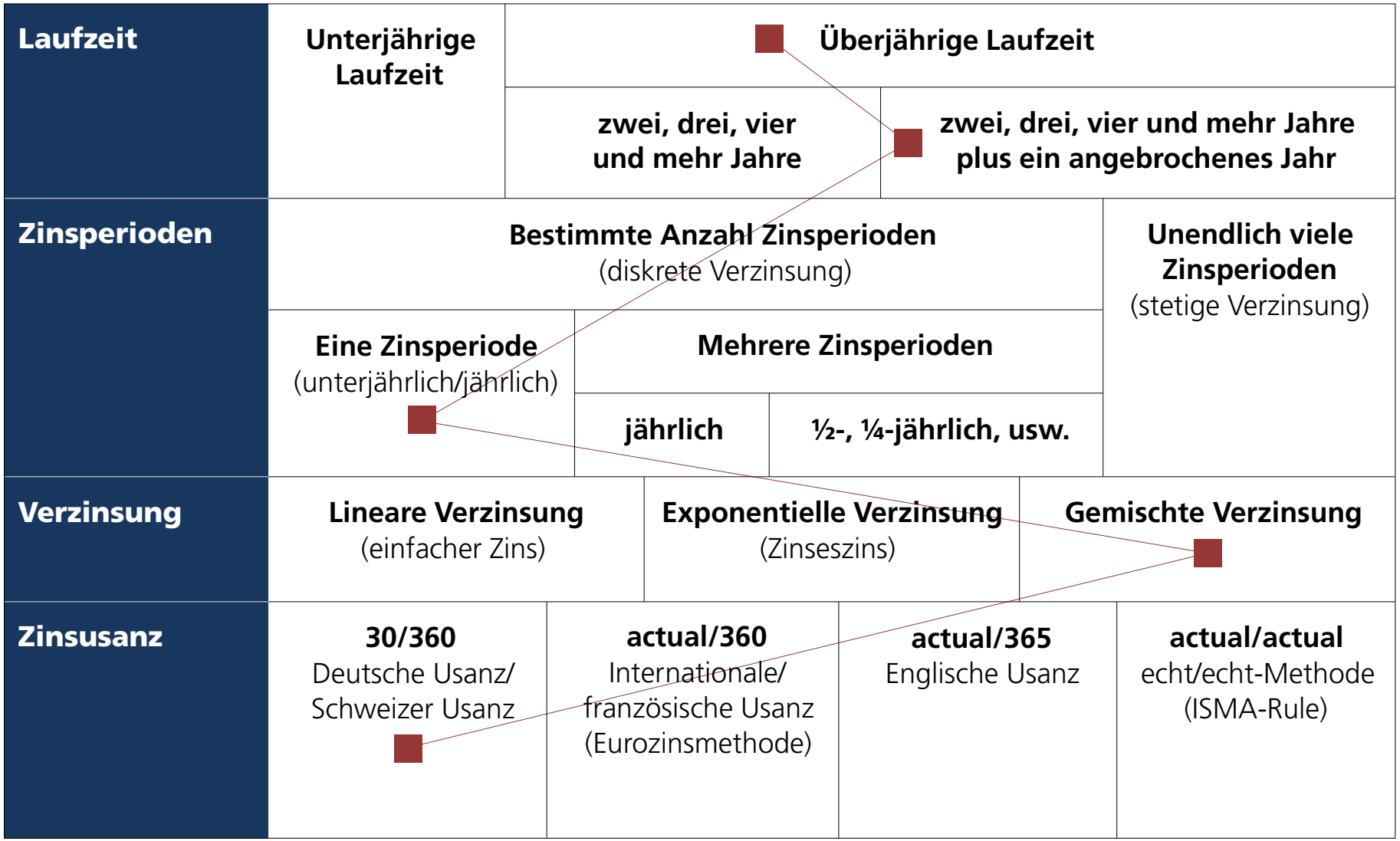
Für den **Zinssatz (i)** wird auch das Symbol **«p»** verwendet. Ist der Zinssatz bspw. 4%, steht **«i»** für **0.04** (= dezimale Schreibweise) und **«p»** für **4** (= nichtdezimale Schreibweise).

Der **Zinsfaktor (q)** steht für **1 + i** (z.B. 1.04 bei einem Zinssatz von 4%).

.

Der **Zinsertrag** entspricht der Differenz zwischen Endkapital (K_n) und Anfangskapital (K_0).

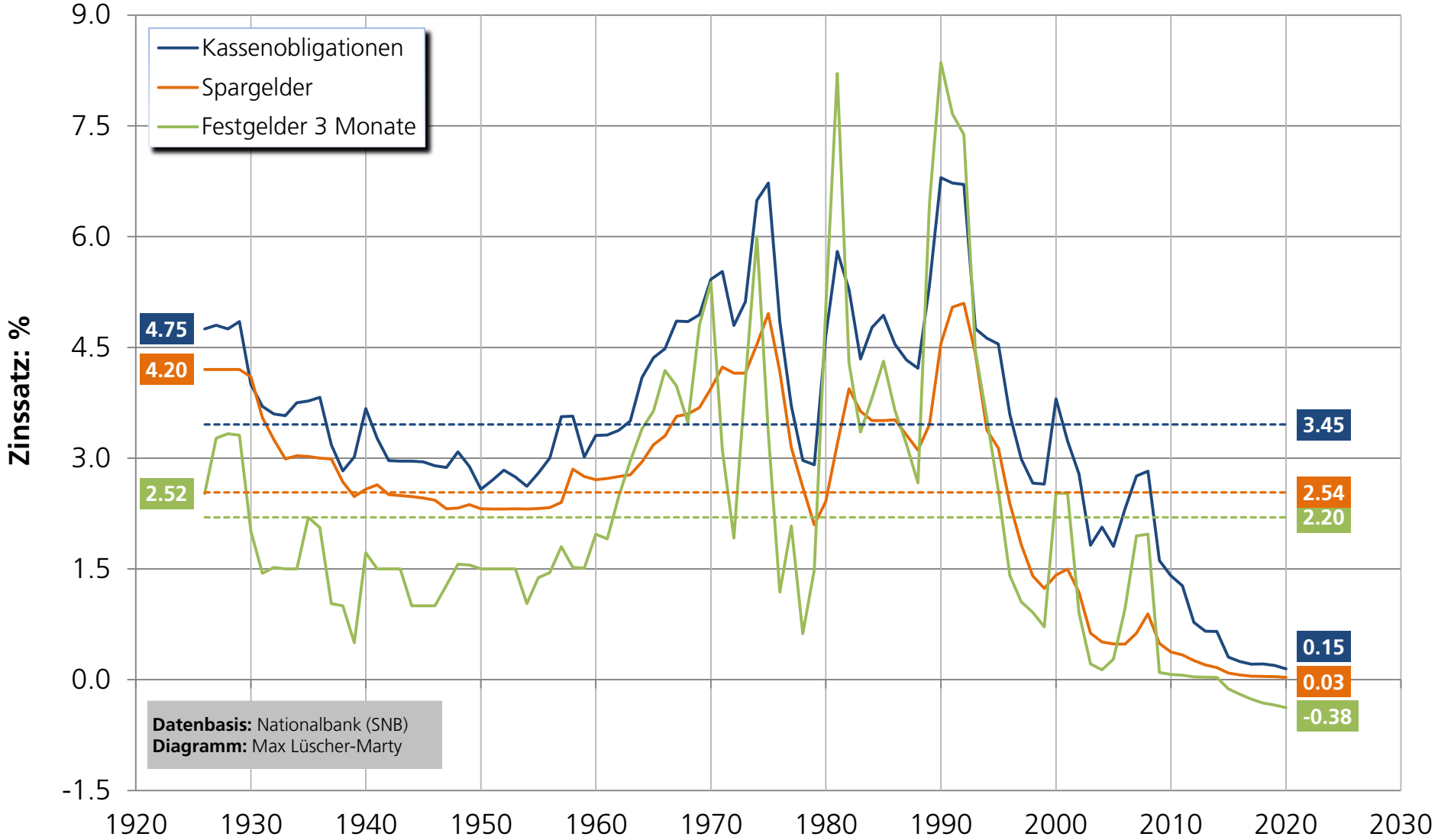
Zinsrechnen: Ausprägungen



Beispiel: jährlich verzinste Spareinlage von CHF 5'000.00 mit einer Laufzeit von 4 Jahren und 158 Tagen

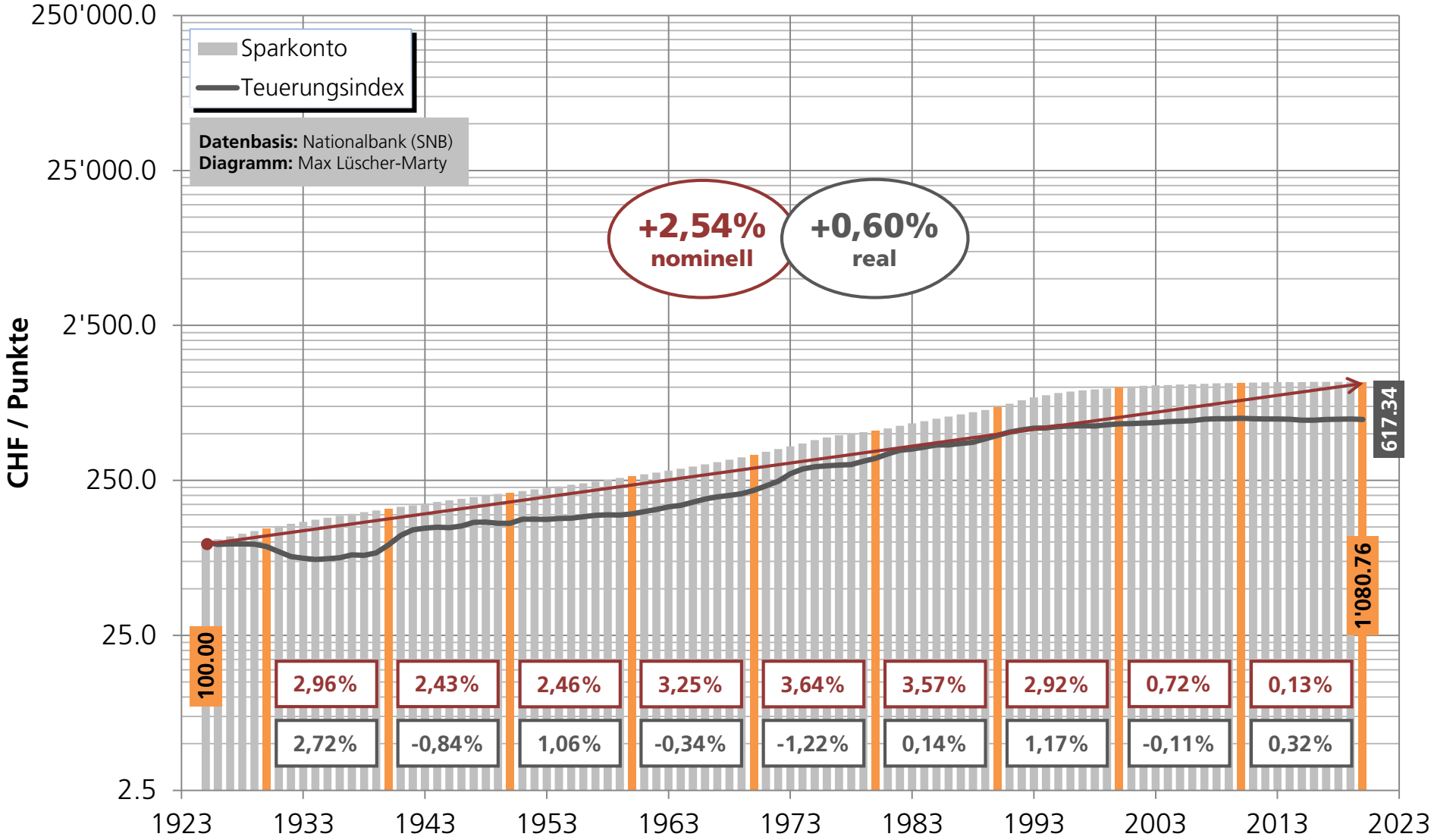
Banken in der Schweiz: Kundengeldsätze

Jahresmittel auf der Basis von Monatswerten: 1926-2020



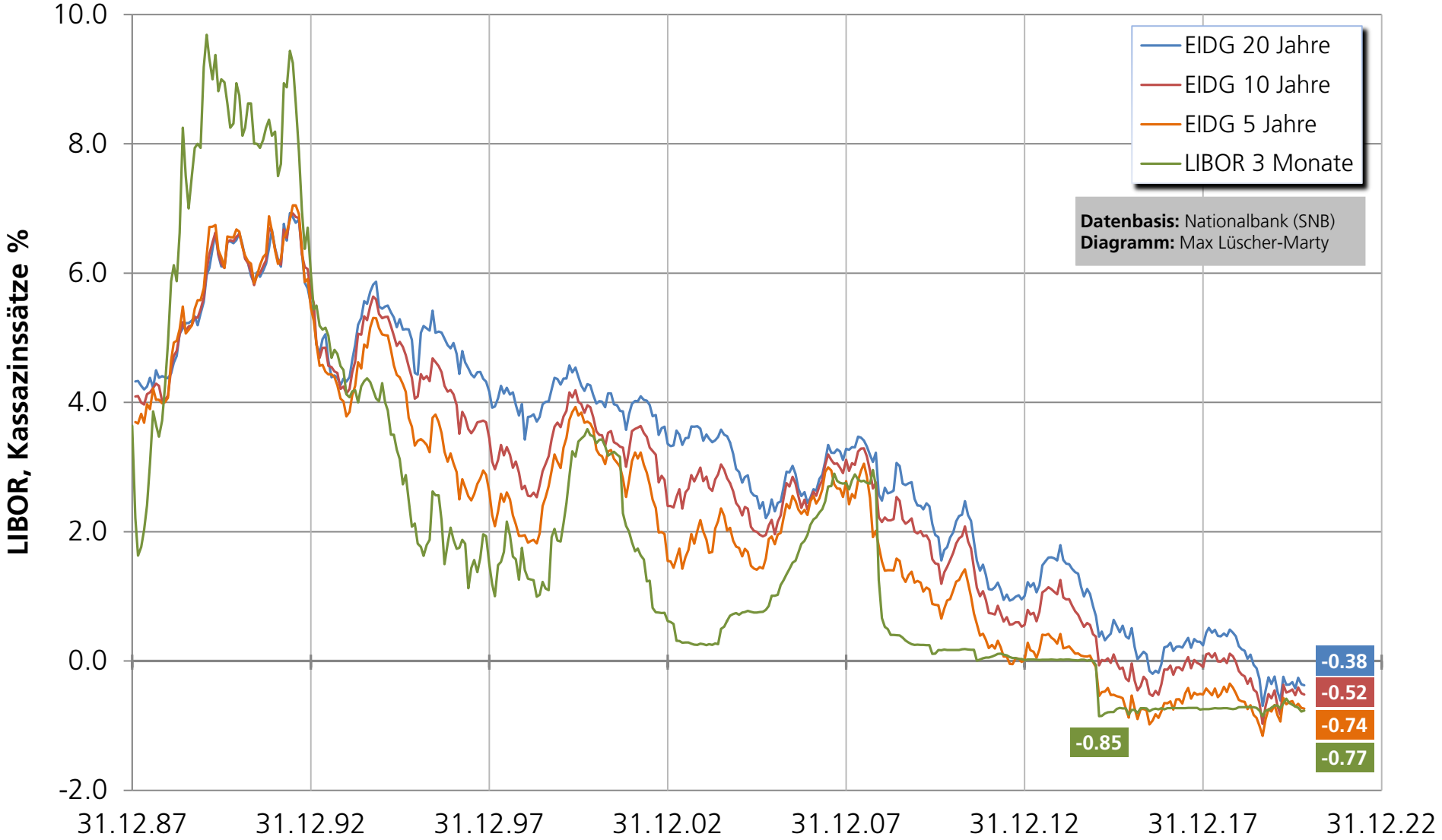
Banksparen in der Schweiz: Sparkonto

Einmaleinlage von CHF 100.00: 31.12.1925-31.12.2020

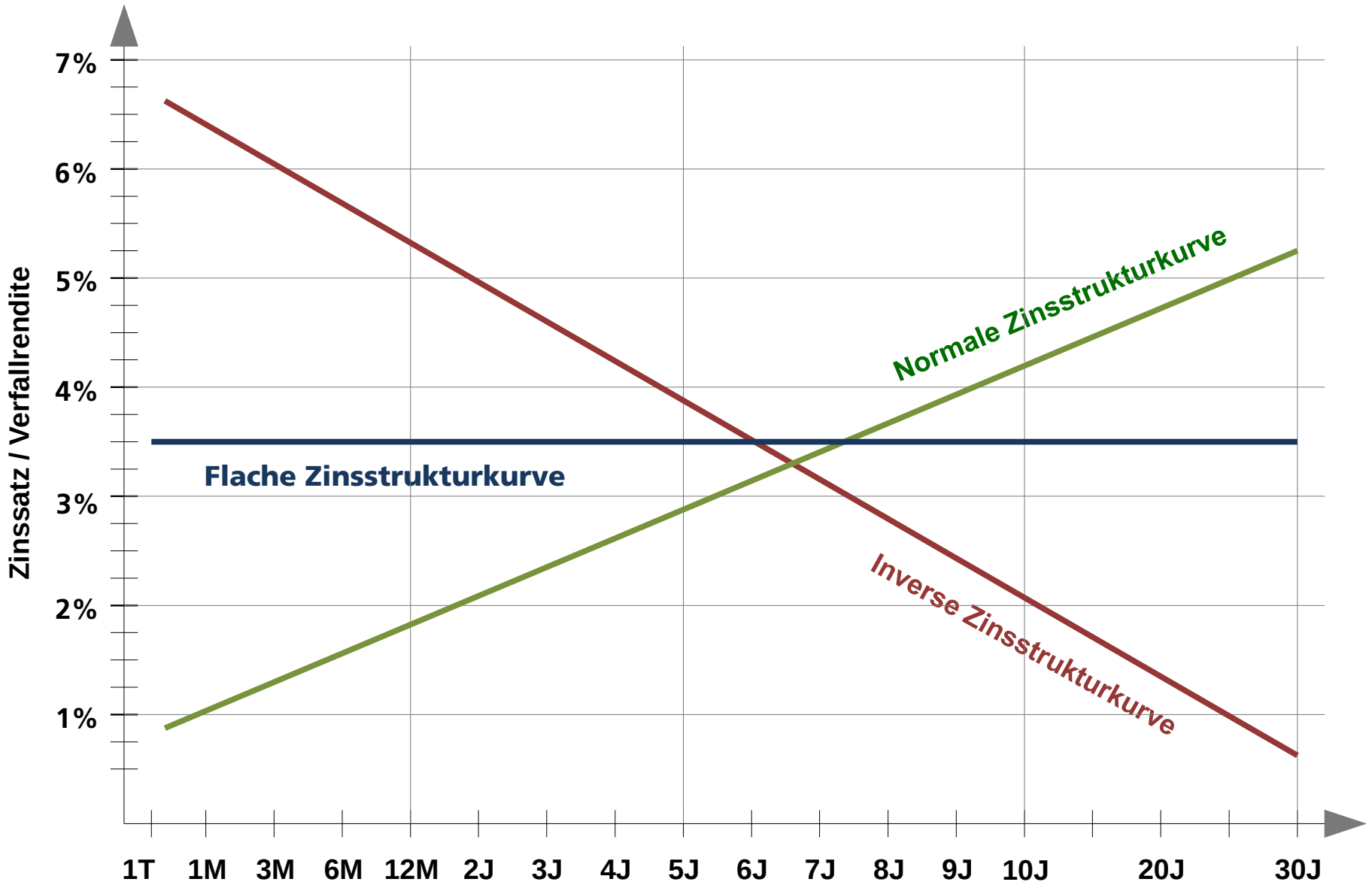


Geld- und Kapitalmarktsätze Schweiz

Monatsendwerte: 31.01.1987-31.10.2020

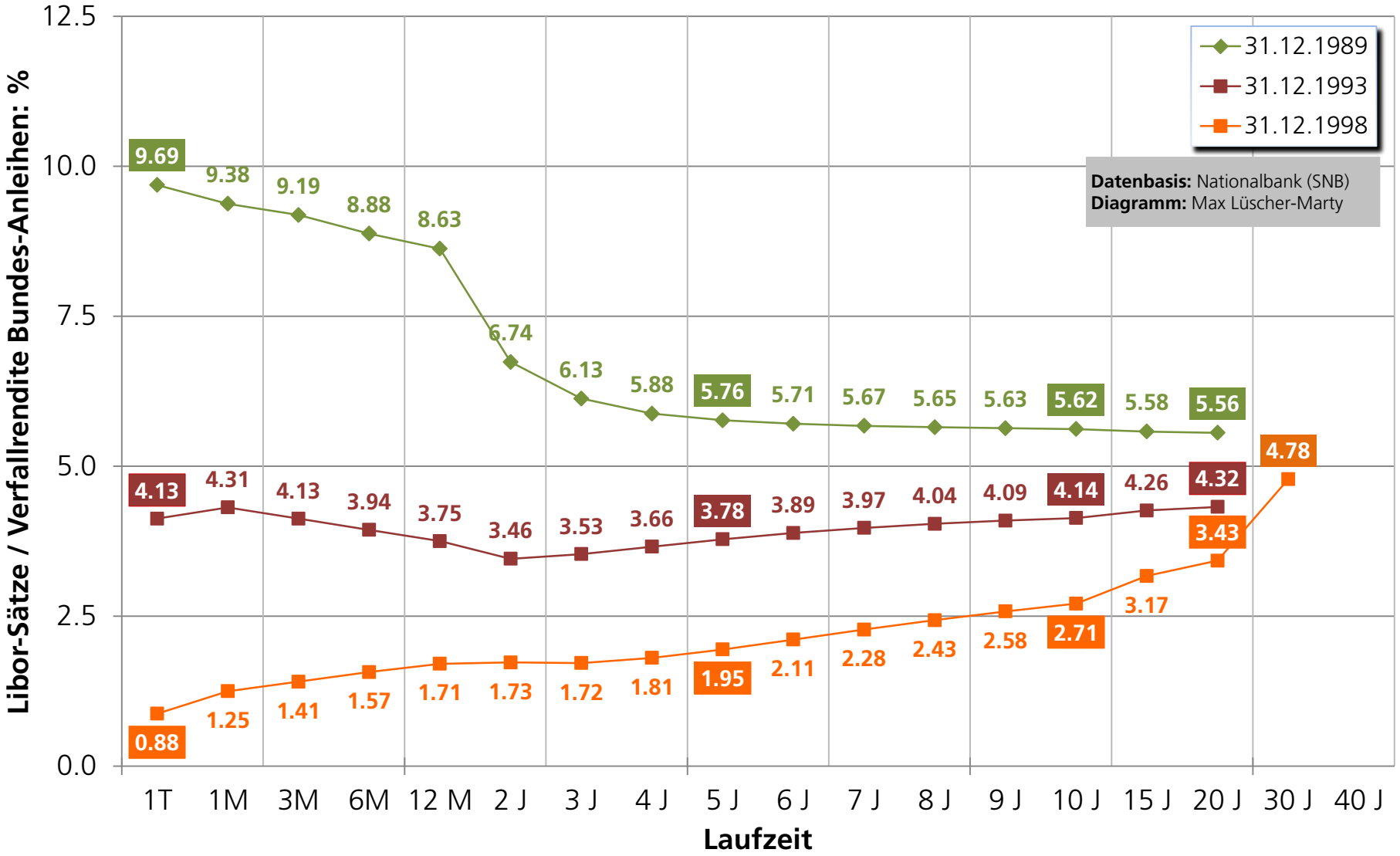


Zinsstrukturkurven



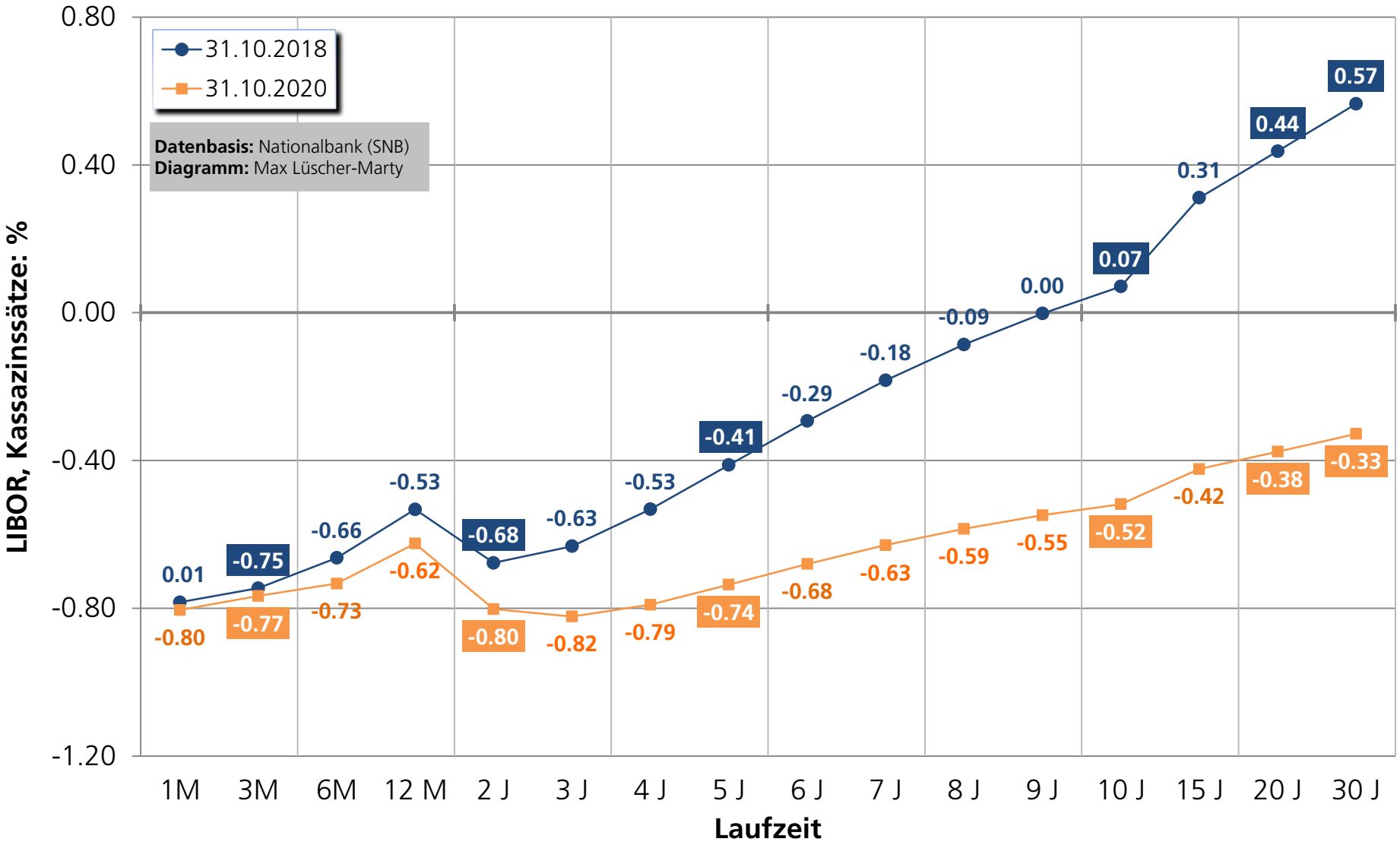
Zinsstrukturkurven Schweiz

Monatsendwerte: 31.12.1989, 31.12.1993, 31.12.1998



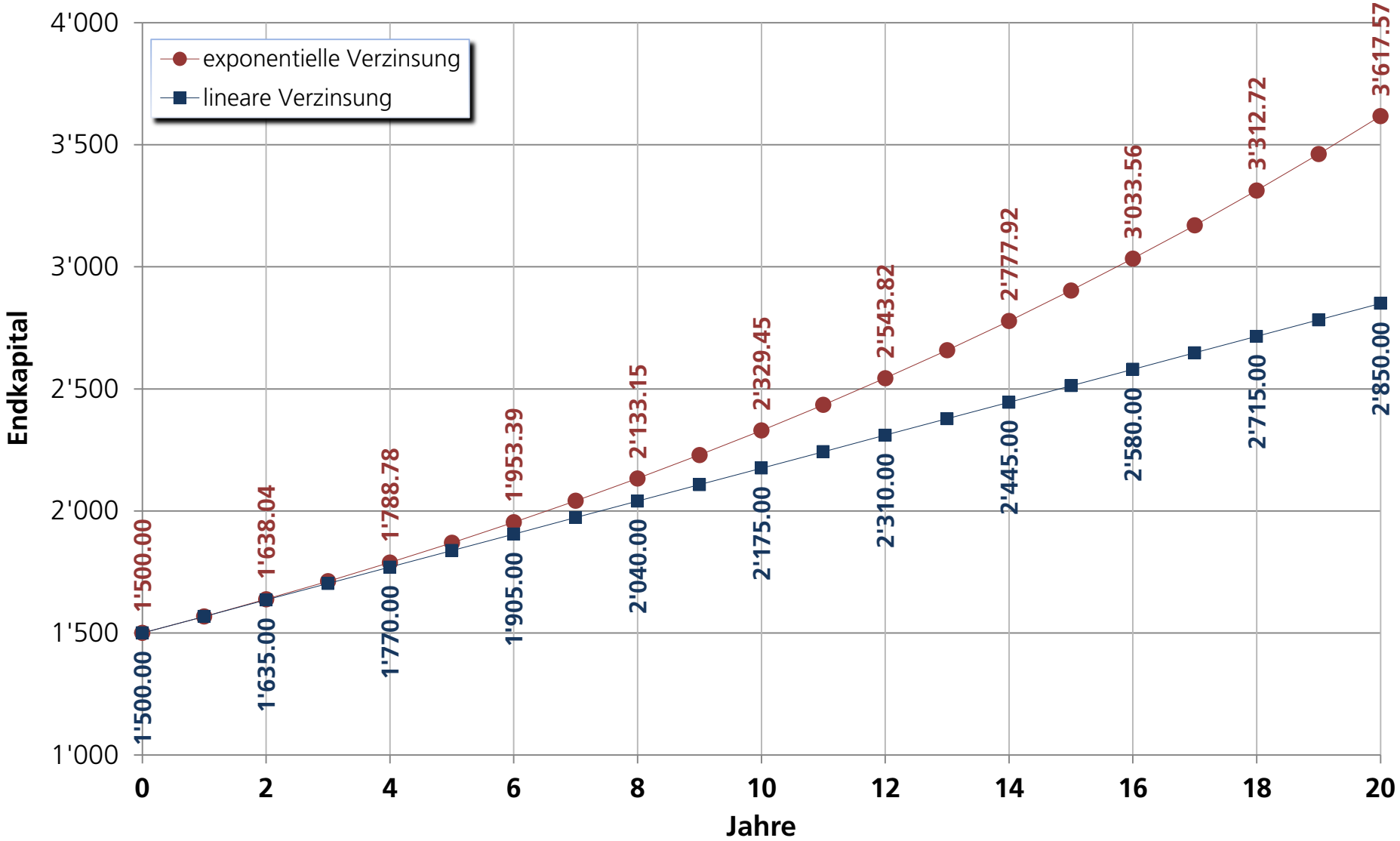
Zinsstrukturkurven Schweiz

Monatsendwerte: 31.10.2018, 31.10.2020



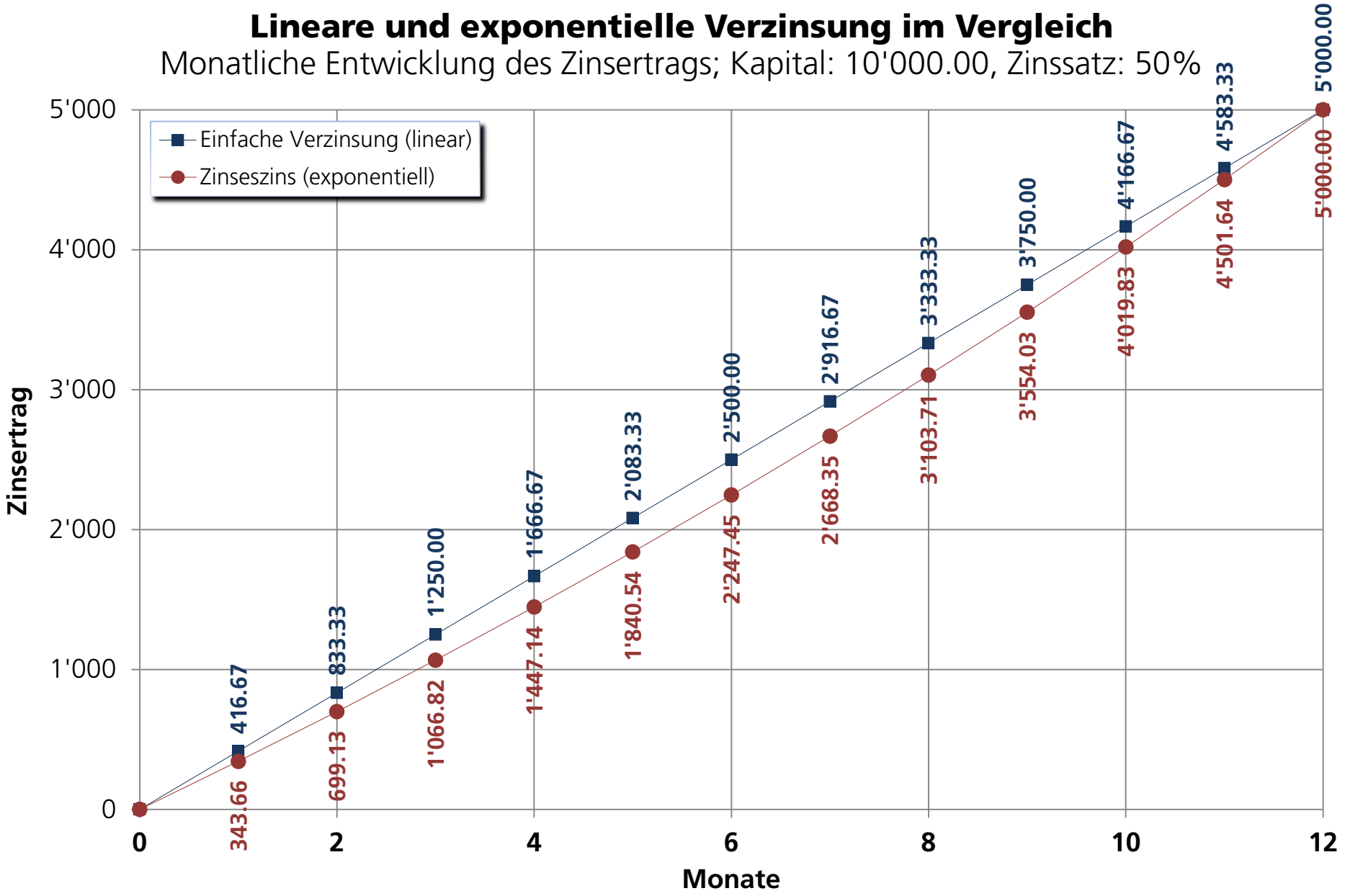
Kapitalentwicklung bei exponentieller und linearer Verzinsung

Anfangskapital: 1'500.00, Zinssatz: 4,50%



Lineare und exponentielle Verzinsung im Vergleich

Monatliche Entwicklung des Zinsertrags; Kapital: 10'000.00, Zinssatz: 50%



institut für **b**anken und **f**inanzplanung
Feldstrasse 41, 7205 Zizers
081 330 82 40, max.luescher@ibf-chur.ch
www.ibf-chur.ch

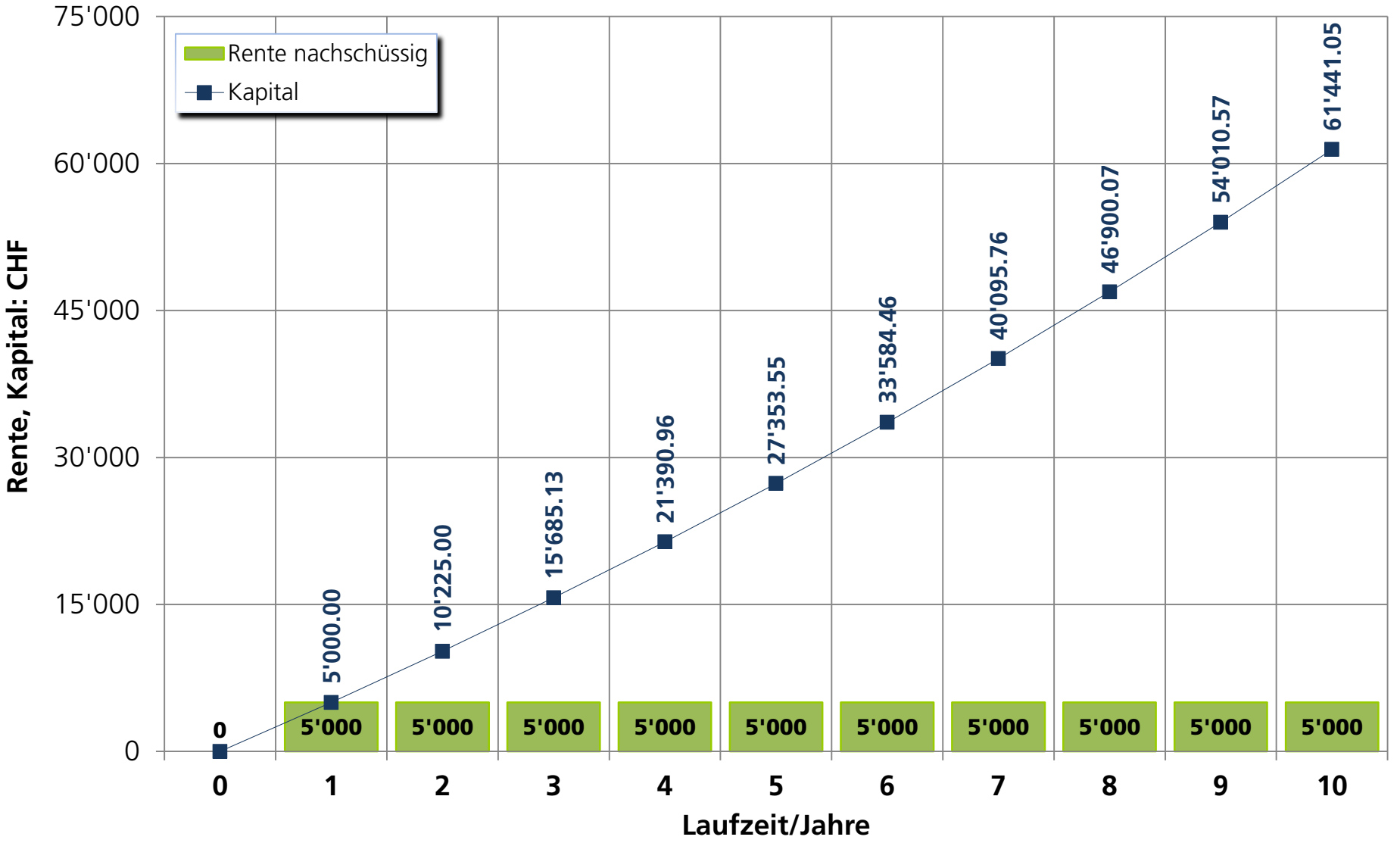
Diagramme

Grundlagen der Finanzmathematik/-statistik
Kompakte Einführung für Praxis und Studium
Max Lüscher-Marty
4., überarbeitete Auflage 2021
Compendio Bildungsmedien AG

Kapitel 2:
Rentenrechnen

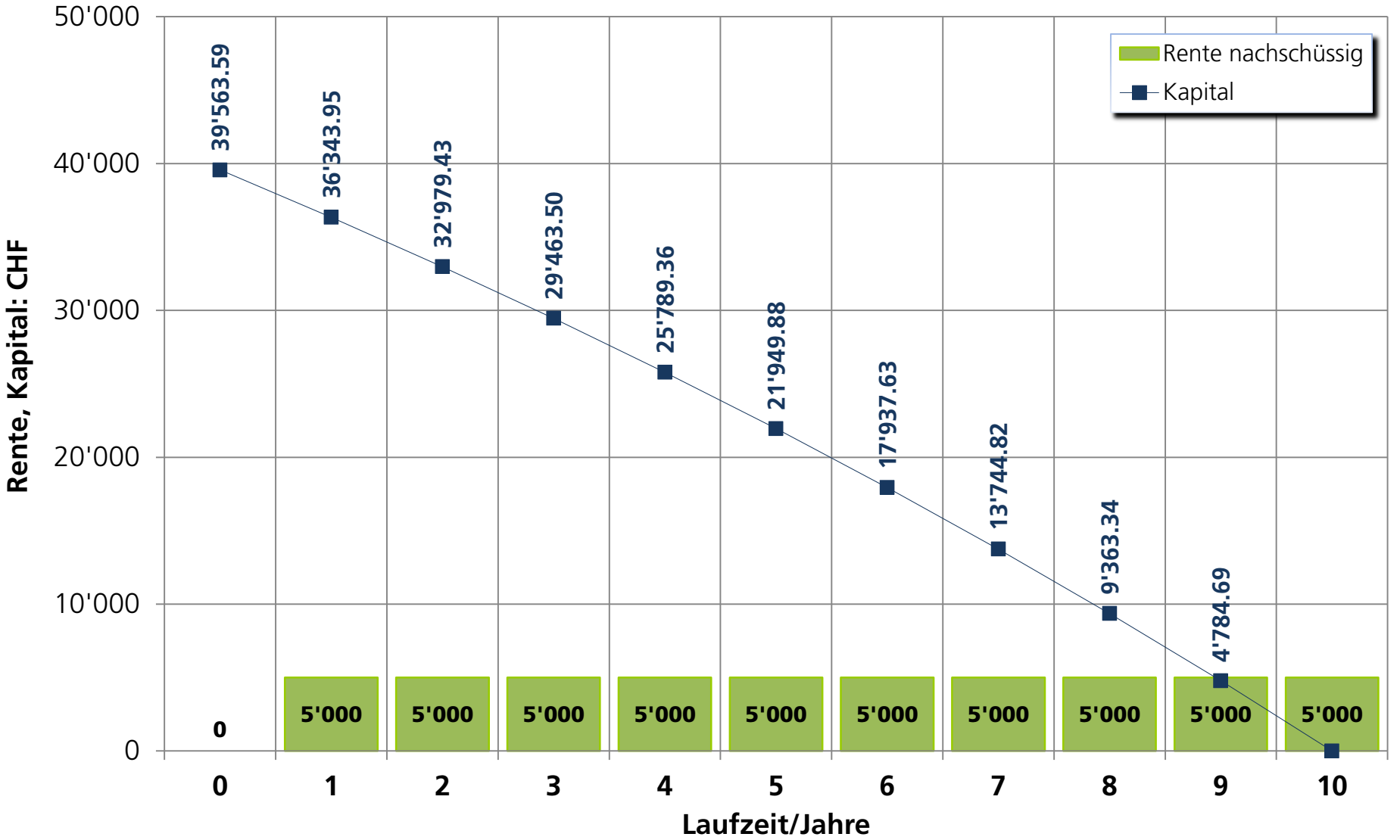
Rentenrechnen: Kapitalaufbau

Rente/nachschüssig: CHF 5'000.00, Zinssatz: 4,5%, Laufzeit: 10 Jahre



Rentenrechnen: Kapitalabbau

Rente/nachschüssig: CHF 5'000.00, Zinssatz: 4,5%, Laufzeit: 10 Jahre



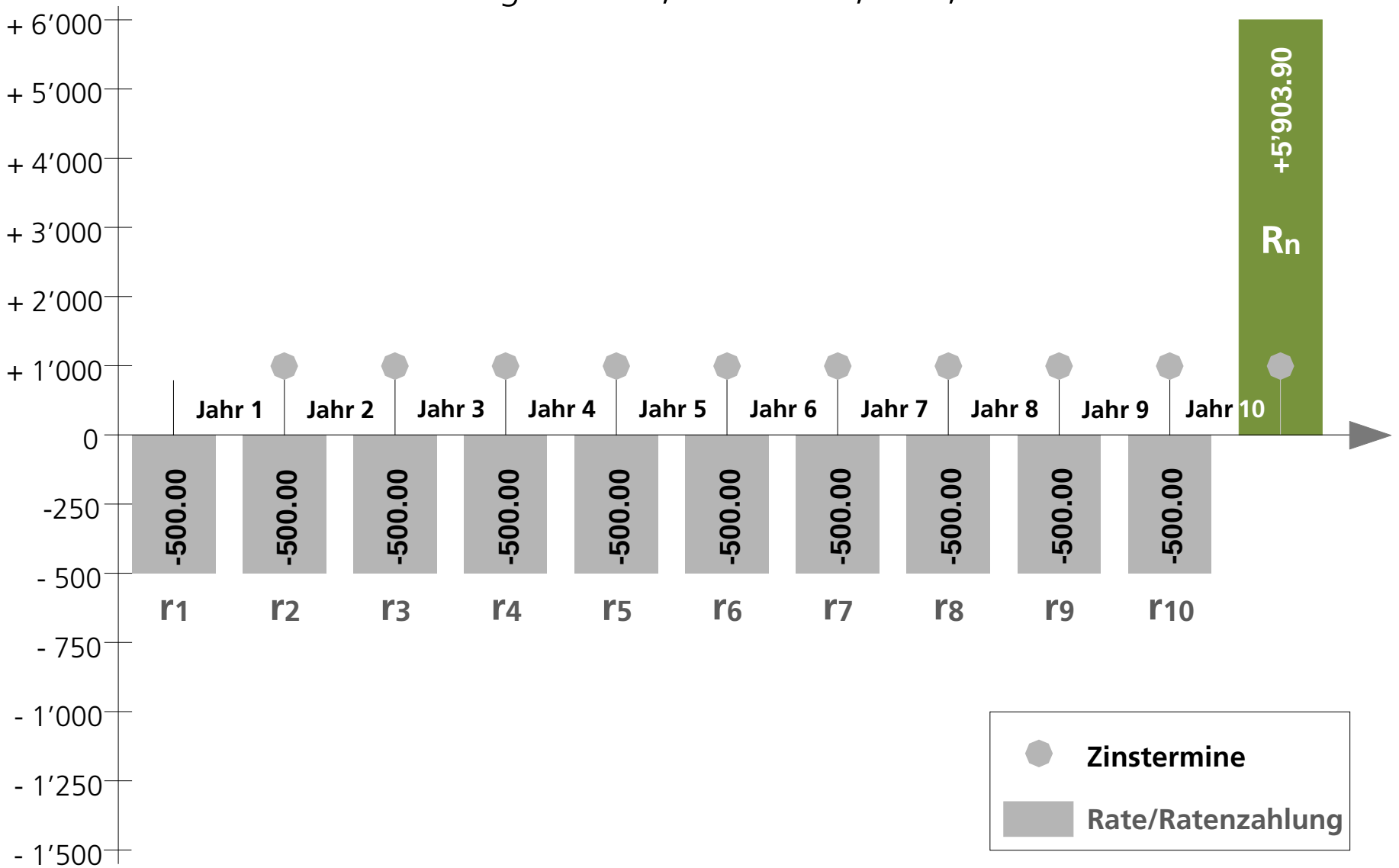
Rentenrechnen: Ausprägungen/Formen

Rentenhöhe	**Konstante (fixe) Renten**	**Veränderliche Renten**			
		sich regelmässig ändernde Renten		**sich regellos ändernde Renten**	
Rentendauer	**Endliche Renten** (Befristete Renten)		**Unendliche Renten** (Endlose Renten)		
Rentenzahlung	**Vorschüssige Renten** (zu Beginn einer Rentenperiode)		**Nachschüssige Renten** (am Ende einer Rentenperiode)		
Rentenperioden	**Jährlich**	**Unterjährlich**			
		halb-jährlich	**quartals-weise**	**monatlich**	**usw.**
Zinsperioden	**Jährlich**	**Unterjährlich**			
		halb-jährlich	**quartals-weise**	**monatlich**	**usw.**

Beispiel: jährliche Einzahlung von CHF 6'500.00 auf ein 3a-Konto, jeweils am 31. Dezember

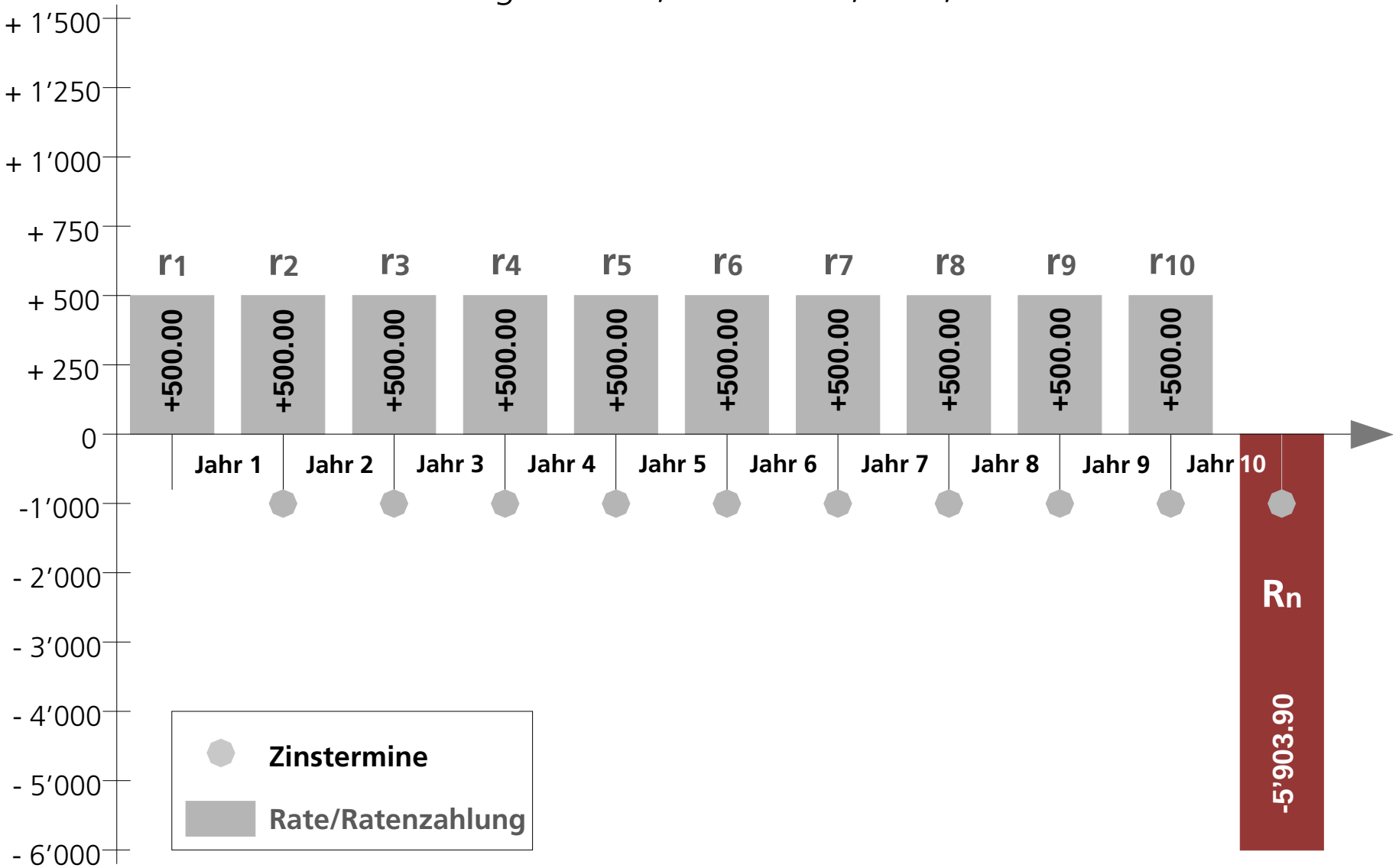
Endkapital einer vorschüssigen Rente: Optik Geldgeber (Sparer)

Jahresrente/vorschüssig: 500.00, Zinssatz: 3,00%, Laufzeit: 10 Jahre



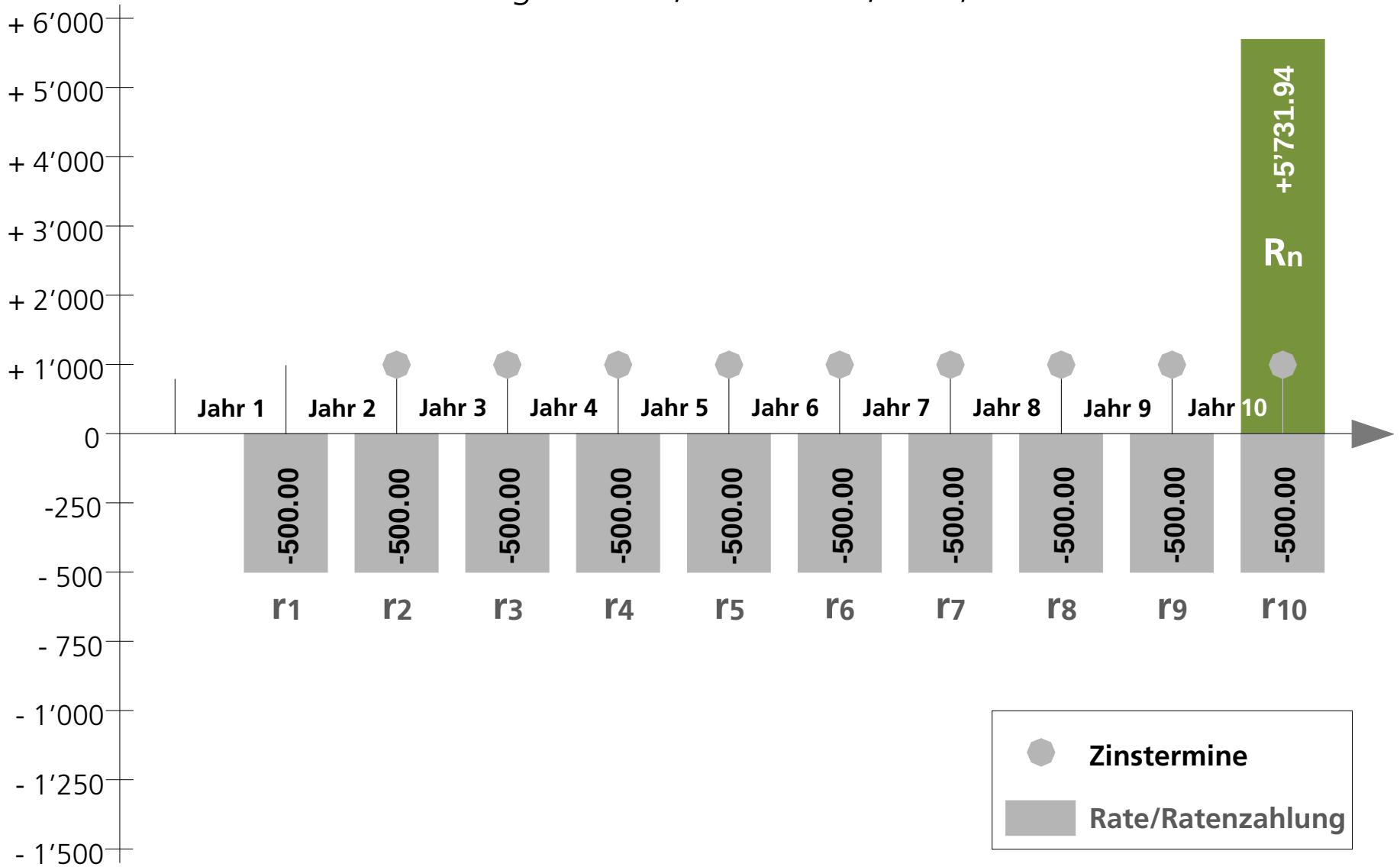
Endkapital einer vorschüssigen Rente: Optik Geldnehmer (Bank)

Jahresrente/vorschüssig: 500.00, Zinssatz: 3,00%, Laufzeit: 10 Jahre



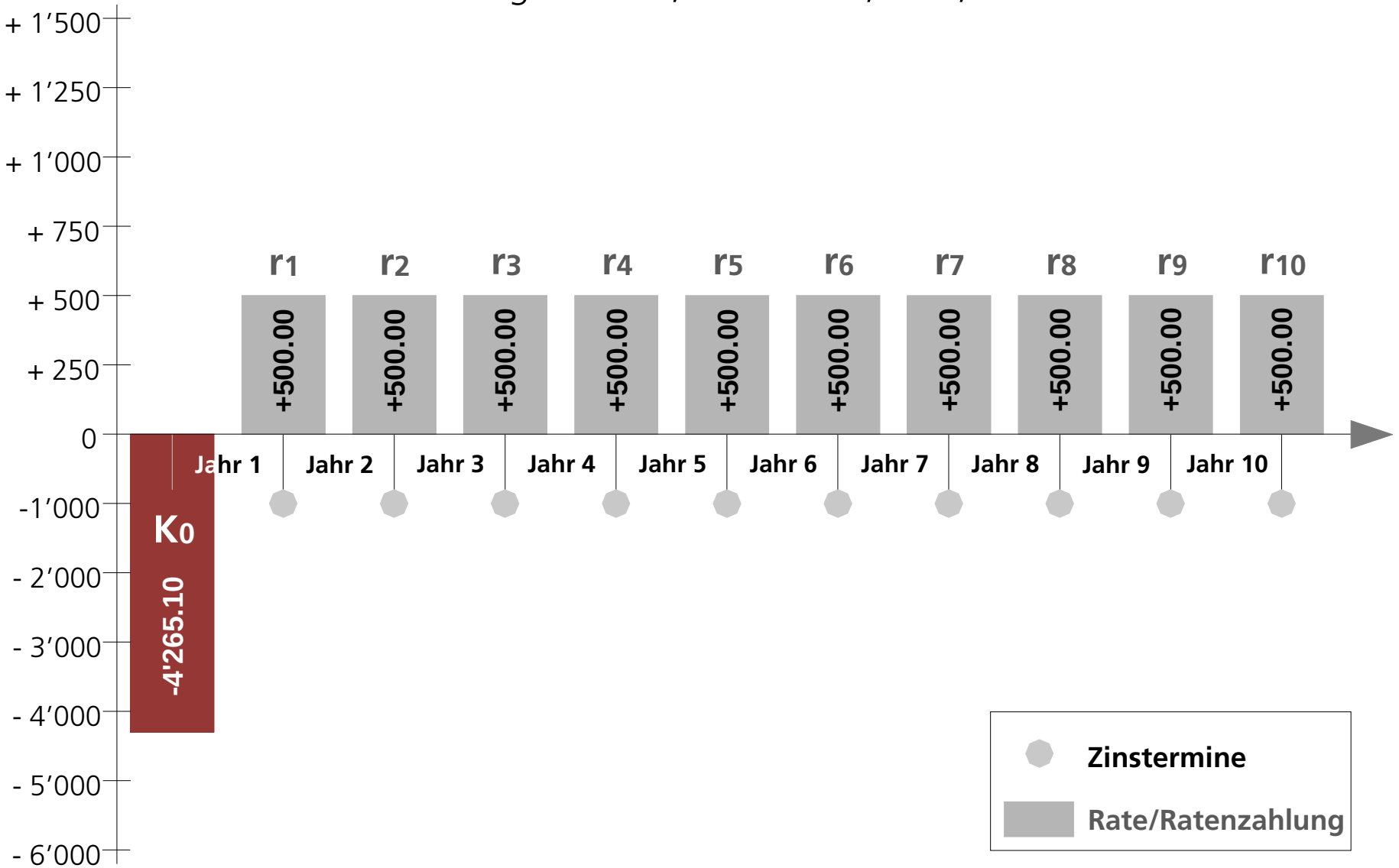
Endkapital einer nachschüssigen Rente: Optik Geldgeber (Sparer)

Jahresrente/nachschüssig: 500.00, Zinssatz: 3,00%, Laufzeit: 10 Jahre



Anfangskapital einer nachschüssigen Rente: Optik Versicherter

Jahresrente/nachschüssig: 500.00, Zinssatz: 3,00%, Laufzeit: 10 Jahre



Nachschüssige Jahresrenten: Kapitalaufbau

Der Aufbau eines Kapitals auf der Basis jährlicher nachschüssiger Zahlungen kann mit folgenden Fragestellungen verknüpft sein:

a. Welches ist der **Rentenendwert (R_n)**, wenn eine jährliche nachschüssige Rente **(r)** während einer bestimmten Laufzeit **(n)** zum jährlichen Zinssatz **(i)** angespart wird?

b. Welches ist die jährliche nachschüssige **Rente (r)**, verzinst zum jährlichen Zinssatz **(i)**, damit nach einer bestimmten Laufzeit **(n)** ein bestimmter Rentenendwert **(R_n)** erreicht wird?

c. Welches ist der jährliche **Zinssatz (i)**, damit eine jährliche nachschüssige Rente **(r)** während einer bestimmten Laufzeit **(n)** einen bestimmten Rentenendwert (**R_n**) ergibt?

d. Welches ist die **Laufzeit (n)**, damit eine jährliche nachschüssige Rente **(r)**, verzinst zum jährlichen Zinssatz **(i)**, einen bestimmten Rentenendwert **(R_n)** ergibt?

Nachschüssige Jahresrenten: Kapitalabbau

Der Kapitalabbau auf der Basis jährlicher nachschüssiger Zahlungen ist mit folgenden Fragestellungen verknüpft:

a. Welches Kapital bzw. welcher **Rentenbarwert (R_0)** muss heute vorliegen, um – bei einem jährlichen Zinssatz **(i)** – eine jährliche nachschüssige Rente **(r)** während einer bestimmten Laufzeit **(n)** auszahlen zu können?

oder: Welches ist, abgezinst zum jährlichen Zinssatz (i), der heutige Wert (Gegenwartswert, Present Value) bzw. der Rentenbarwert (R_0) jährlicher nachschüssiger Zahlungen (r), die während einer bestimmten Laufzeit (n) anfallen?

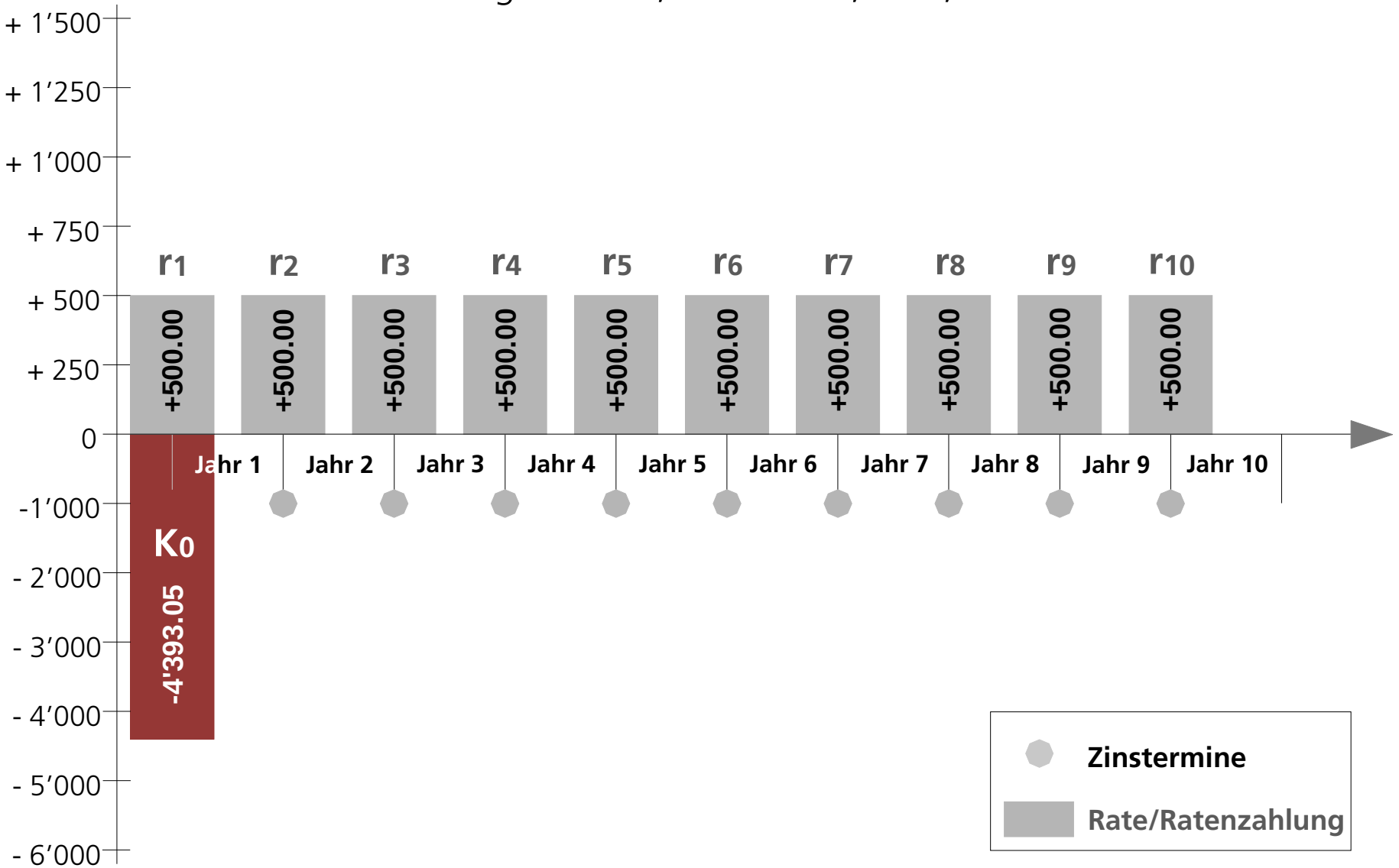
b. Welches ist die jährliche nachschüssige **Rente (r)**, verzinst zum jährlichen Zinssatz **(i)**, die während einer bestimmten Laufzeit **(n)** aufgrund eines bestimmten Anfangskapitals bzw. Rentenbarwerts **(R_0)** geleistet werden kann?

c. Welches ist der jährliche **Zinssatz (i)**, damit eine jährliche nachschüssige Rente **(r)** während einer bestimmten Laufzeit **(n)** aufgrund eines bestimmten Anfangskapitals bzw. Rentenbarwerts **(R_0)** geleistet werden kann?

d. Welches ist die **Laufzeit (n)**, während der eine jährliche nachschüssige Rente **(r)**, verzinst zum jährlichen Zinssatz **(i)**, aufgrund eines bestimmten Anfangskapitals bzw. Rentenbarwerts **(R_0)** geleistet werden kann?

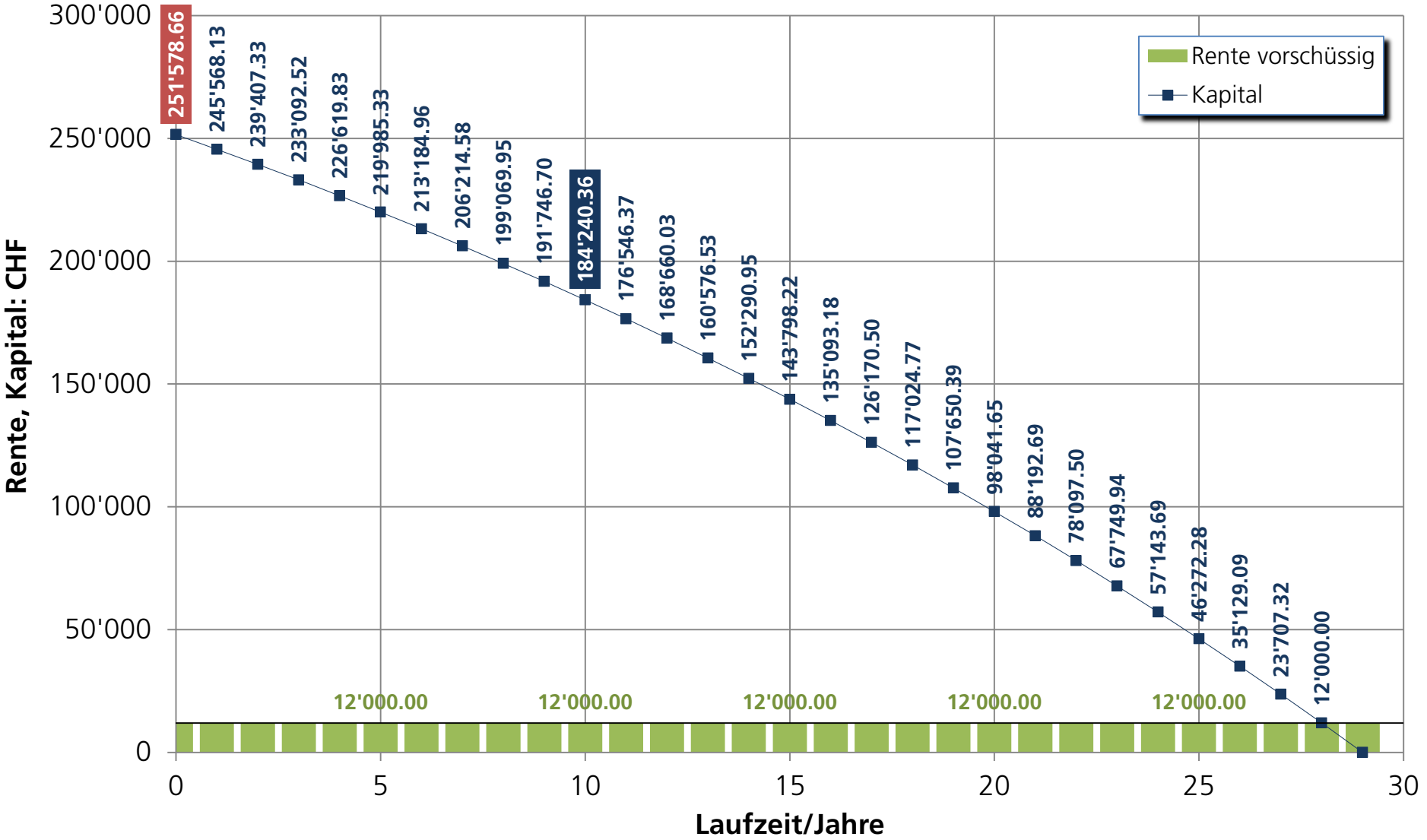
Anfangskapital einer vorschüssigen Rente: Optik Versicherter

Jahresrente/vorschüssig: 500.00, Zinssatz: 3,00%, Laufzeit: 10 Jahre



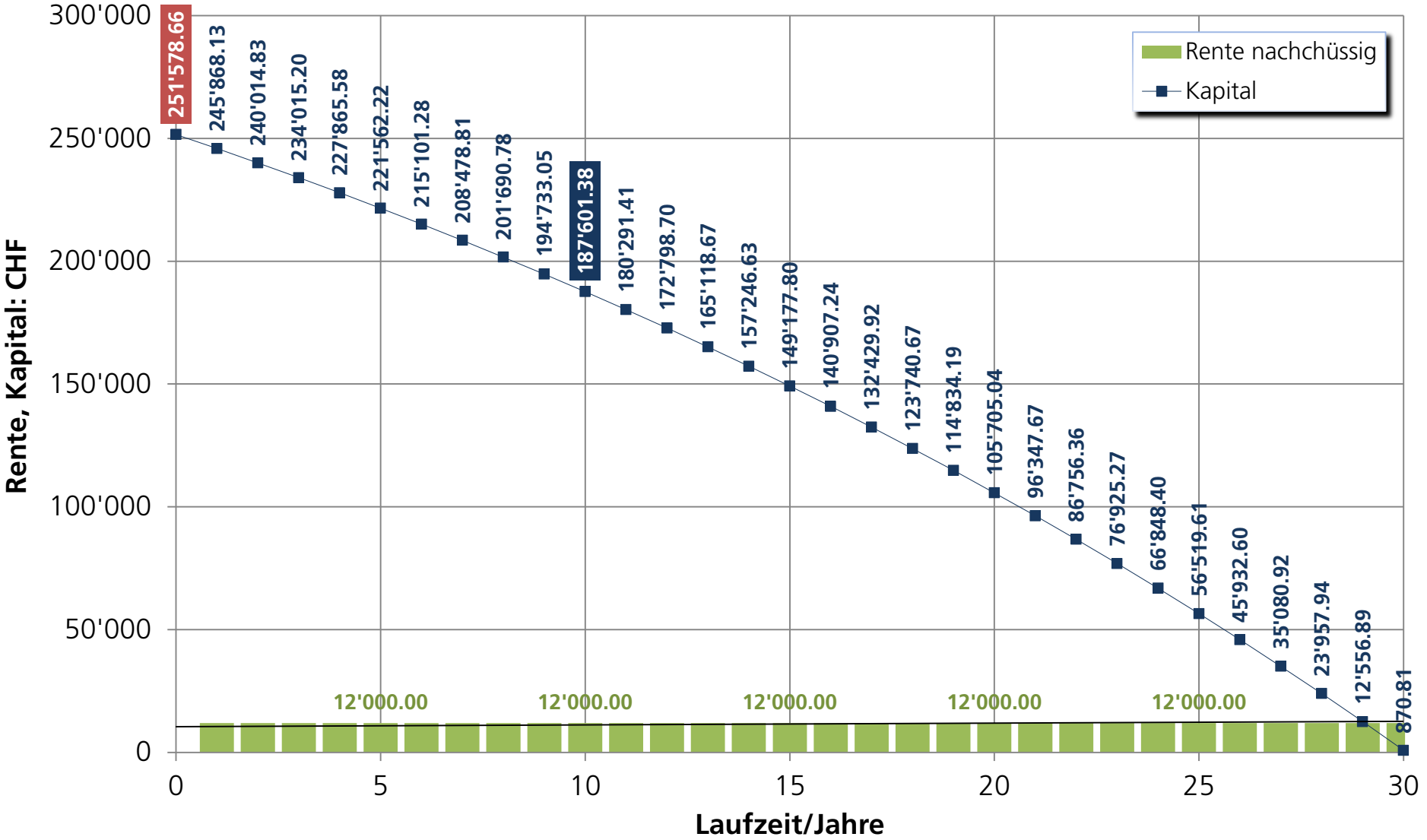
Rentenrechnen: Kapitalabbau

Rente/vorschüssig: CHF 12'000.00, Zinssatz: 2,5%, Laufzeit: 29 Jahre



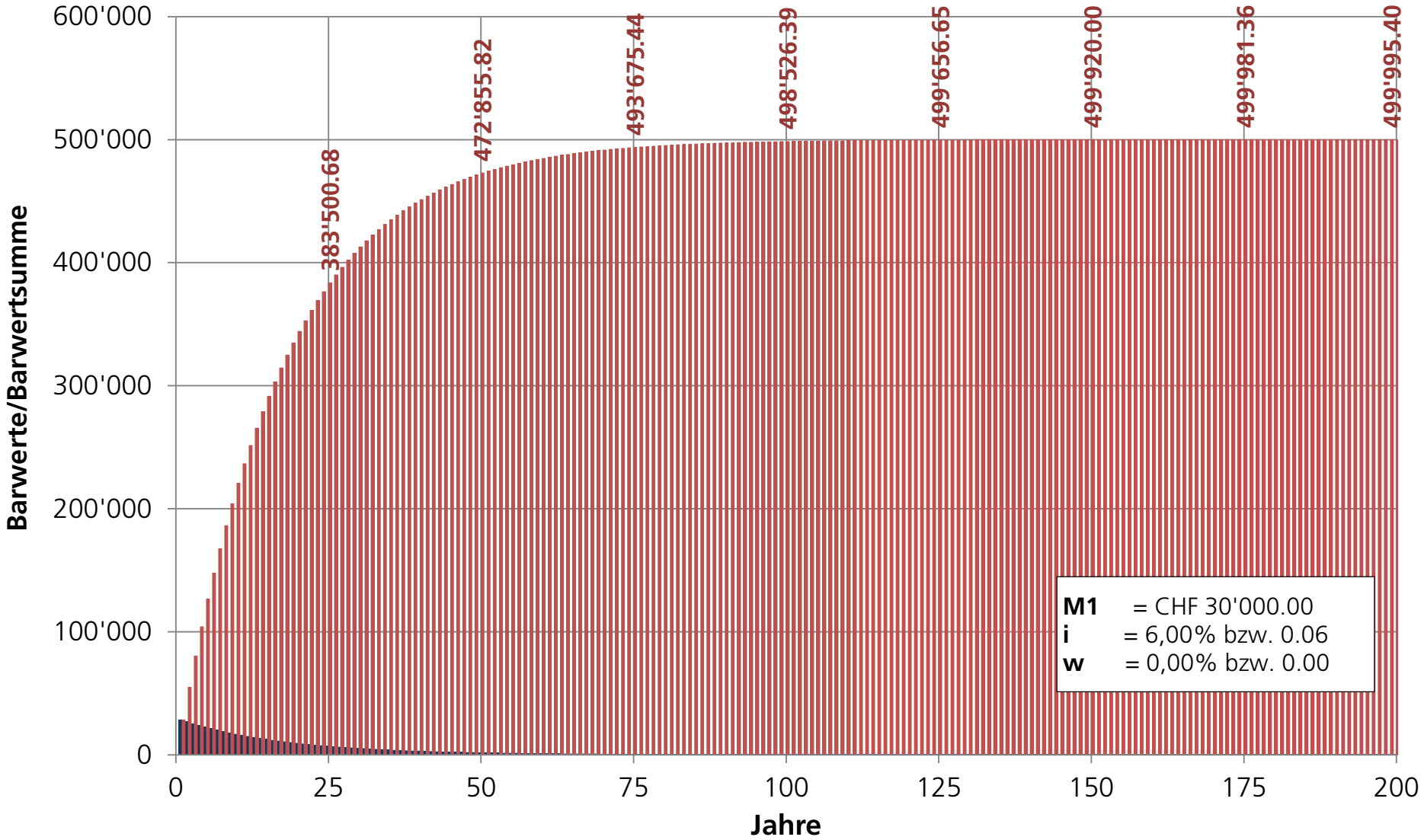
Rentenrechnen: Kapitalabbau

Rente/nachschüssig: CHF 12'000.00, Zinssatz: 2,5%, Laufzeit: 30.07 Jahre



Immobilienbewertung

Barwert konstanter Nettomietzinseinnahmen



institut für **b**anken und **f**inanzplanung
Feldstrasse 41, 7205 Zizers
081 330 82 40, max.luescher@ibf-chur.ch
www.ibf-chur.ch

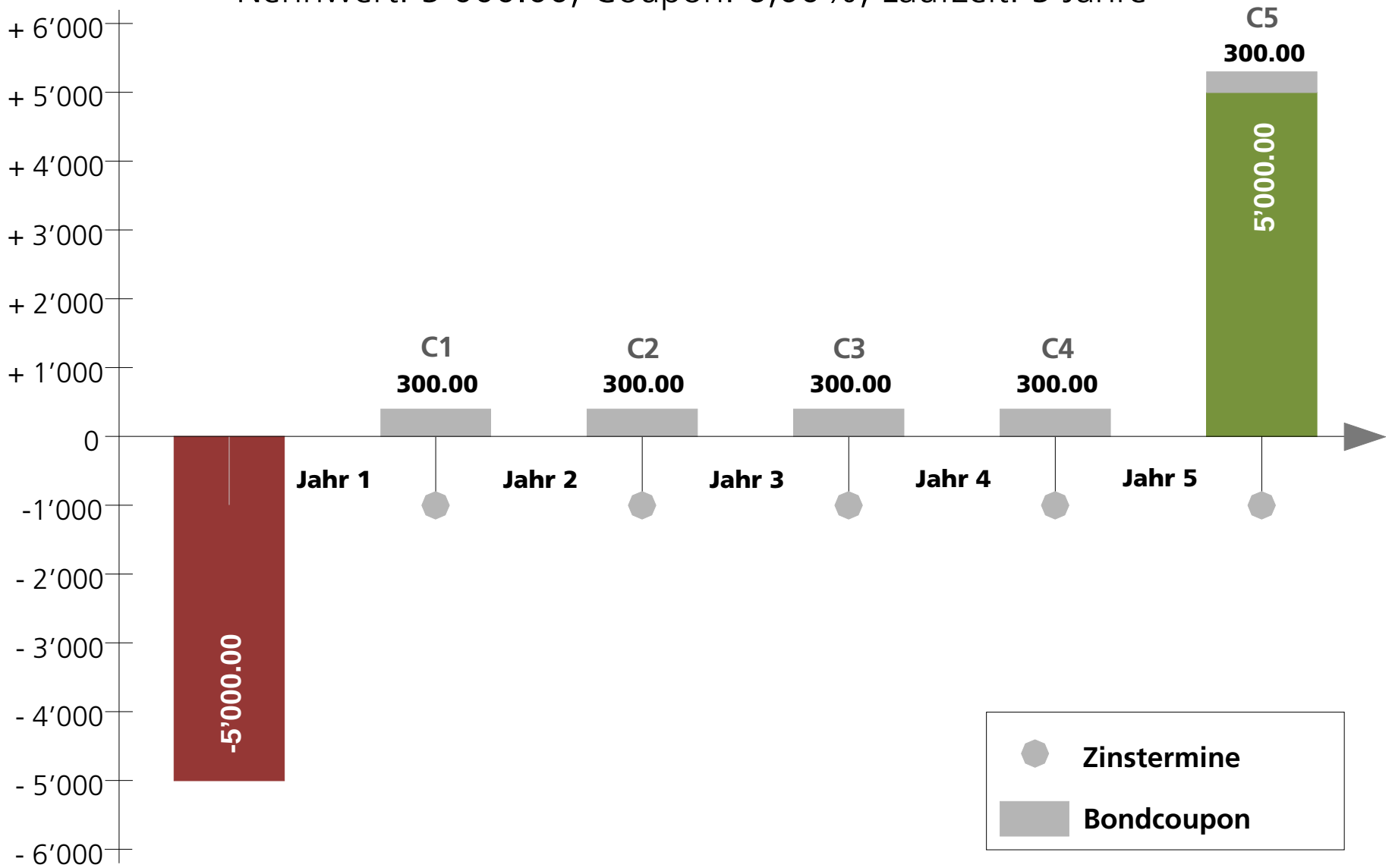
Diagramme

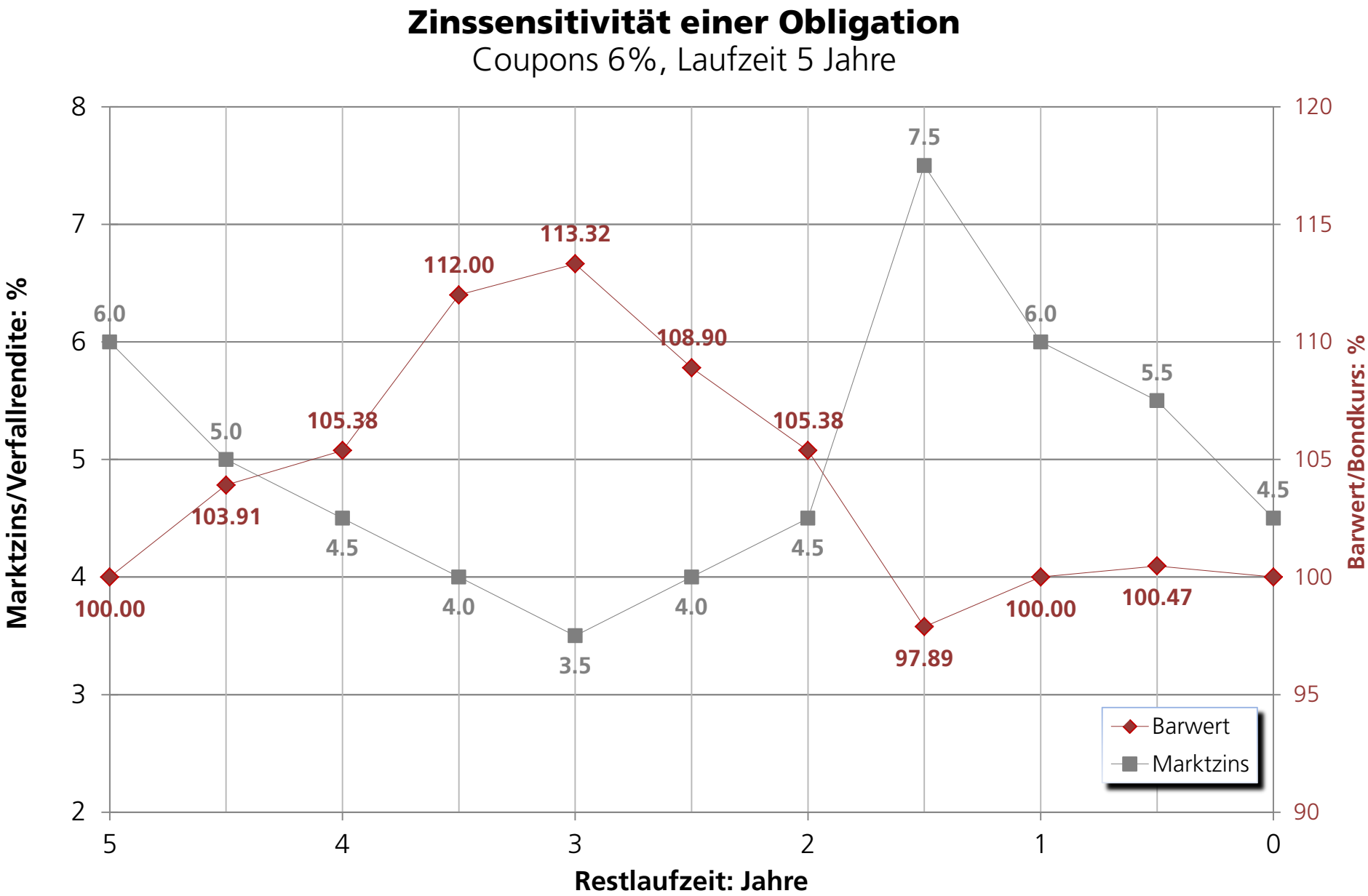
Grundlagen der Finanzmathematik/-statistik
Kompakte Einführung für Praxis und Studium
Max Lüscher-Marty
4., überarbeitete Auflage 2021
Compendio Bildungsmedien AG

Kapitel 3:
Bondrechnen

Obligation (Bond): Optik Geldgeber

Nennwert: 5’000.00, Coupon: 6,00%, Laufzeit: 5 Jahre




Zinssensitivität einer Obligation
Coupons 6%, Laufzeit 5 Jahre
Marktzins/Verfallrendite: %
Barwert/Bondkurs: %
Restlaufzeit: Jahre
8
7
6
5
4
3
2
120
115
110
105
100
95
90
5
4
3
2
1
0
6.0
5.0
4.5
4.0
3.5
4.0
4.5
7.5
6.0
5.5
4.5
100.00
103.91
105.38
112.00
113.32
108.90
105.38
97.89
100.00
100.47
Barwert
Marktzins

Barwert einer Obligation

Coupon 6,00%, Verfallrendite 4,00%, Nennwert CHF 5’000.00, Restlaufzeit 5 Jahre

Zinstermine/ Rückzahlung (t)	Zahlungsströme (Z)	Barwerte
heute in 1 Jahr	300.00	300.00 ÷ 1.04 = 288.46
heute in 2 Jahren	300.00	300.00 ÷ 1.04^2 = 277.37
heute in 3 Jahren	300.00	300.00 ÷ 1.04^3 = 266.70
heute in 4 Jahren	300.00	300.00 ÷ 1.04^4 = 256.44
heute in 5 Jahren	5’300.00	5’300.00 ÷ 1.04^5 = 4’356.21
Total $\sum_{t=1}^{n} \frac{Z_t}{(1+i)^t}$		= **5’445.18** **108,90%**

Der Barwert der Obligation ist CHF 5’445.18.
Das entspricht einem Börsenkurs von 108,90% (CHF 5’445.18 von CHF 5’000.00).

Barwert einer Obligation

Coupon 6,00%, Verfallrendite 3,00%, Nennwert CHF 5'000.00, Restlaufzeit 3.5 Jahre

Zinstermine/ Rückzahlung (t)	Zahlungsströme (Z)	Barwerte				
heute in 0.5 Jahren	**300.00**	**300.00**	**÷ $1.03^{0.5}$**	**=**	**295.60**	
heute in 1.5 Jahren	**300.00**	**300.00**	**÷ $1.03^{1.5}$**	**=**	**286.99**	
heute in 2.5 Jahren	**300.00**	**300.00**	**÷ $1.03^{2.5}$**	**=**	**278.63**	
heute in 3.5 Jahren	**5'300.00**	**5'300.00**	**÷ $1.03^{3.5}$**	**=**	**4'779.09**	
Total $\sum_{t=1}^{n} \frac{Z_t}{(1+i)^t}$				**=**	**5'640.31**	
./. Marchzins für 180 Tage				**=**	**-150.00**	
= Börsenkurs				**=**	**5'490.31**	**109,81%**

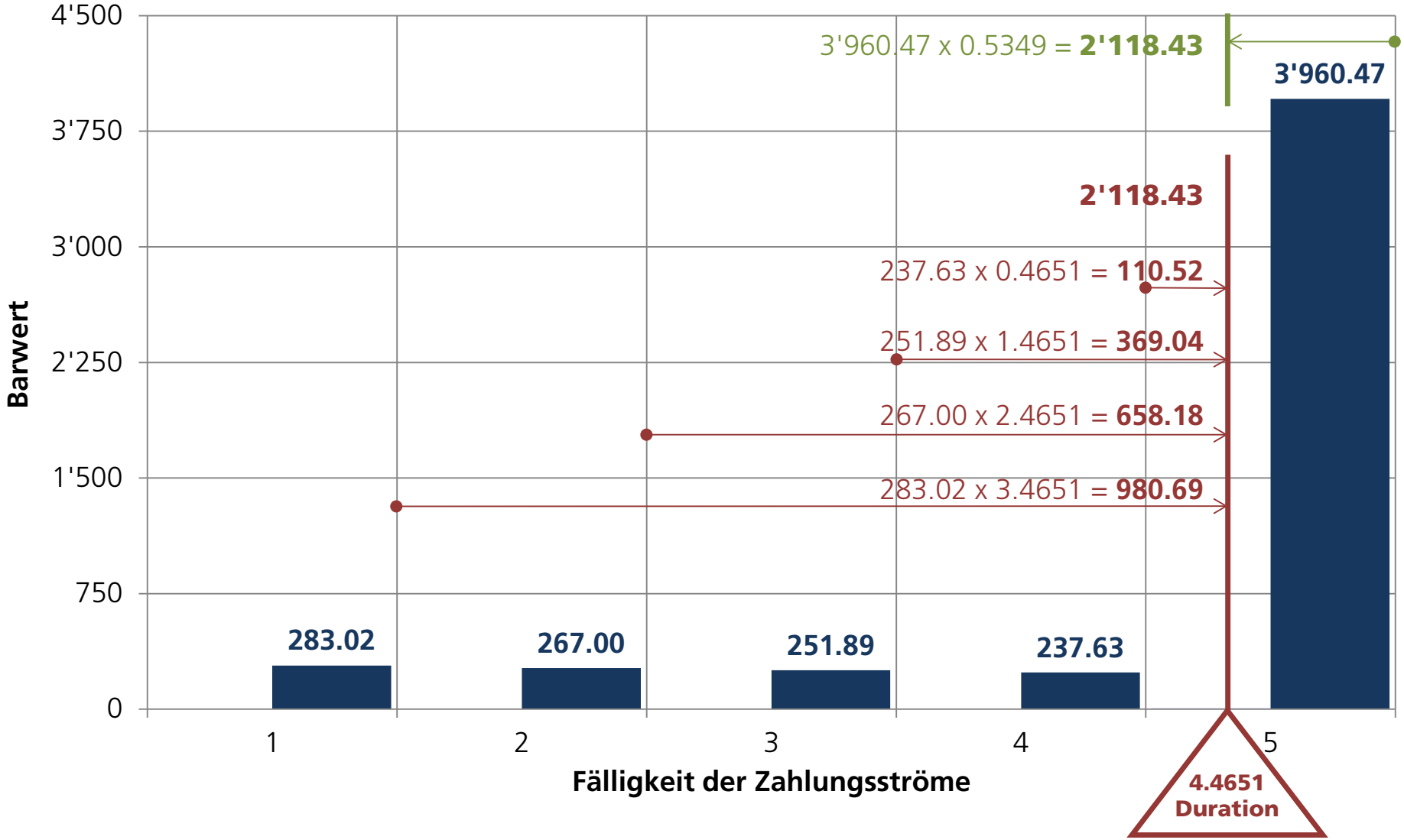
Duration einer Obligation bei Emission

Coupon 6.00%, Nennwert CHF 5'000.00, Laufzeit 5 Jahre

(1) Zinstermine/ Rückzahlung (t)	(2) Zahlungs-ströme (Z_t)	(3) Barwerte	(4) Barwert-anteile	(5) Kapitalbindung der Zahlungs-ströme in Jahren	(6) mit der Kapitalbin-dung gewichtete Barwertanteile (4) x (5)
in 1 Jahr	6.00	$6 \div 1.06 = 5.6604$	5,6604%	1 Jahr	0.0566
in 2 Jahren	6.00	$6 \div 1.06^2 = 5.3400$	5,3400%	2 Jahre	0.1068
in 3 Jahren	6.00	$6 \div 1.06^3 = 5.0377$	5,0377%	3 Jahre	0.1511
in 4 Jahren	6.00	$6 \div 1.06^4 = 4.7256$	4,7526%	4 Jahre	0.1901
in 5 Jahren	106.00	$106 \div 1.06^5 = 79.2093$	79,2093%	5 Jahre	3.9605
$\sum_{t=1}^{n} \frac{Z_t}{(1+i)^t}$		= 100.0000	100,0000%	$\sum_{t=1}^{n} t \circ \frac{\frac{Z_t}{(1+i)^t}}{\sum_{t=1}^{n} \frac{Z_t}{(1+i)^t}}$	= 4.4651

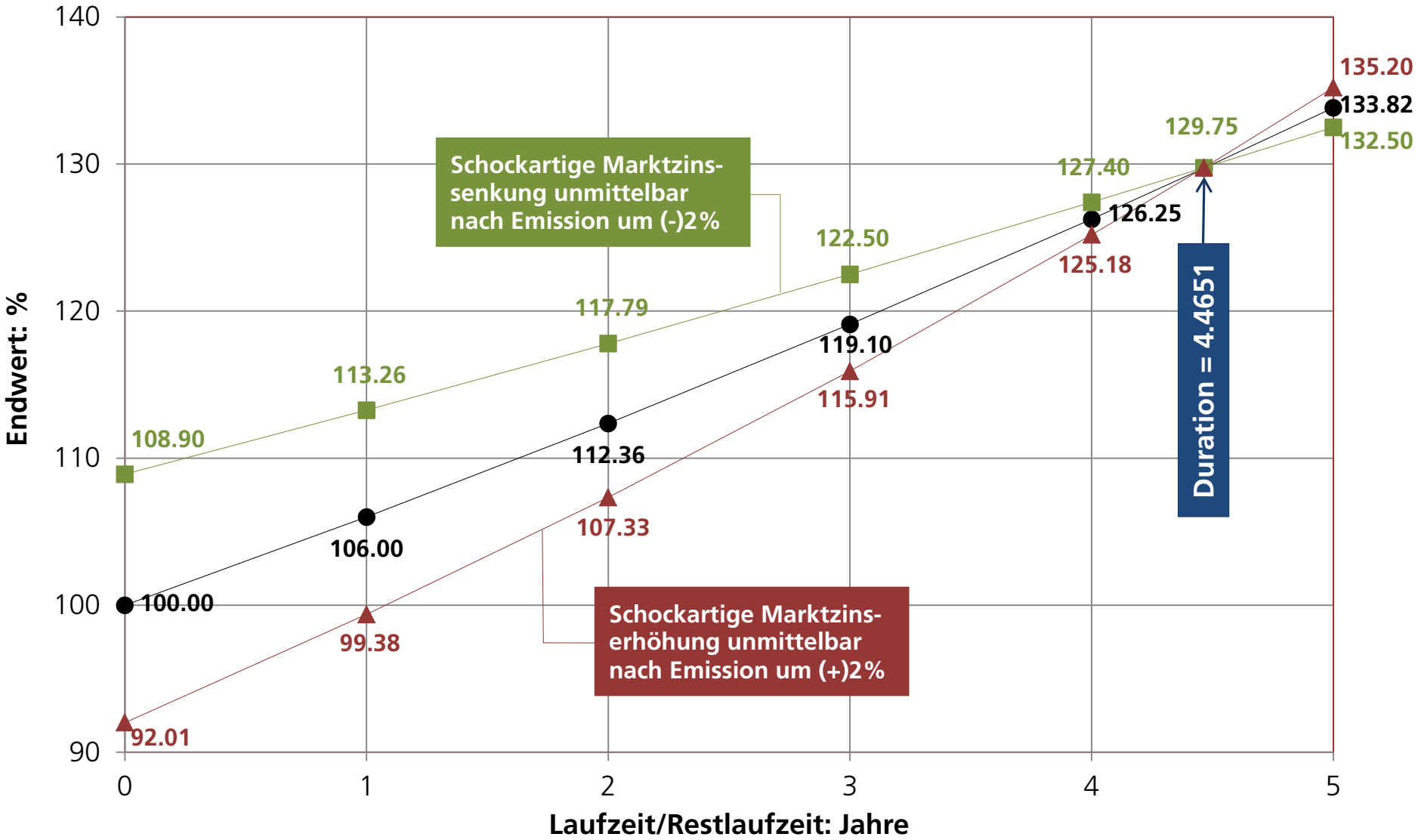
Duration einer Obligation

Coupon 6%, Nennwert CHF 5'000, Laufzeit 5 Jahre



Duration einer Obligation

Coupon 6%, Nennwert CHF 5'000, Laufzeit 5 Jahre



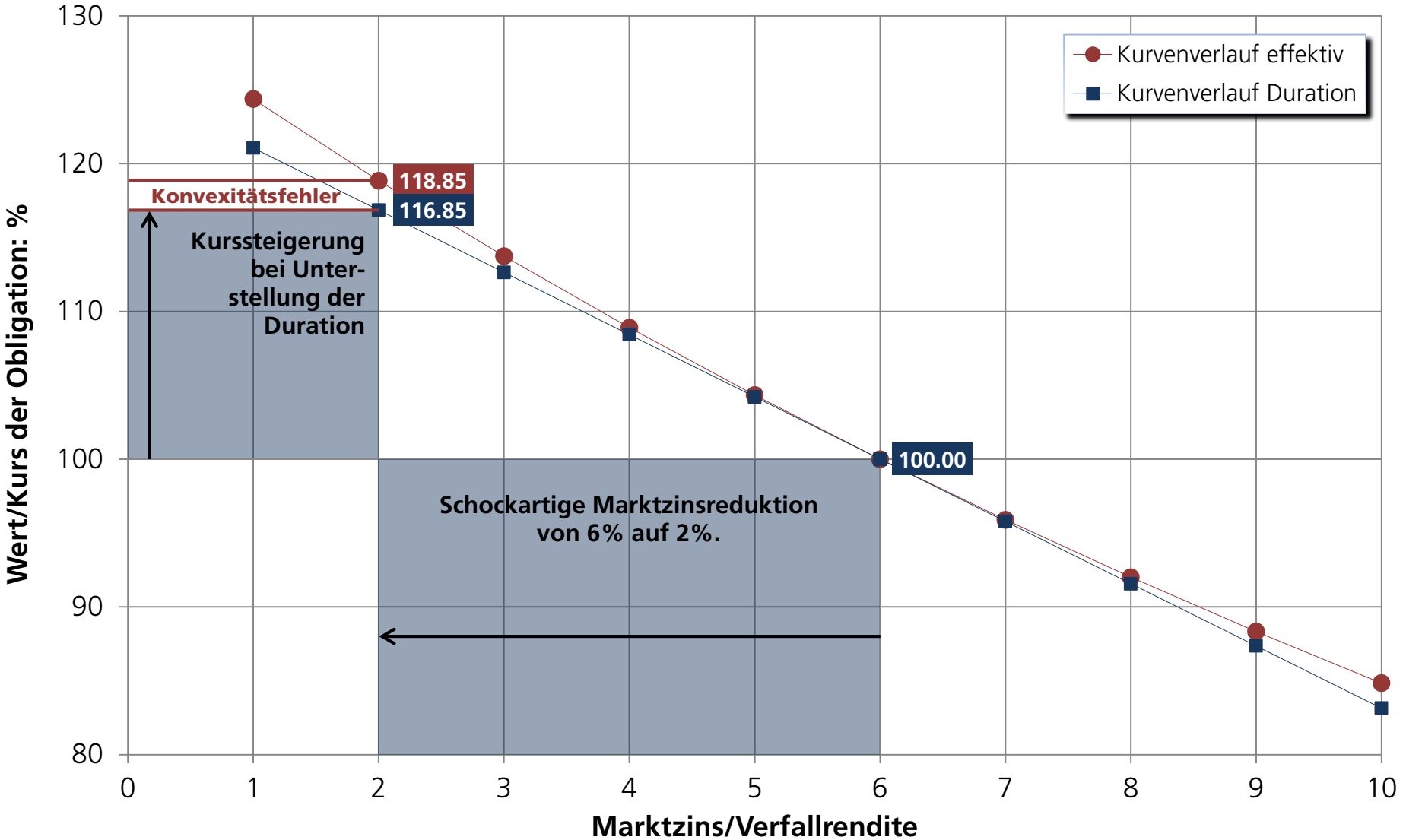
Duration einer Obligation während der Laufzeit

Coupon 6.00%, Verfallrendite 5,00%, Nennwert CHF 5'000.00, Restlaufzeit 3.25 Jahre

(1) Zinstermine/ Rückzahlung (t)	(2) Zahlungs-ströme (Z_t)	(3) Barwerte	(4) Barwert-anteile	(5) Kapitalbindung der Zahlungs-ströme in Jahren	(6) mit der Kapitalbin-dung gewichtete Barwertanteile (4) x (5)
in 3 Monaten	6.00	$6 \div 1.05^{0.25} = 5.9273$	5,5186%	0.25 Jahre	0.0138
in 1.25 Jahren	6.00	$6 \div 1.05^{1.25} = 5.6450$	5,2558%	1.25 Jahre	0.0657
in 2.25 Jahren	6.00	$6 \div 1.05^{2.25} = 5.3762$	5,0055%	2.25 Jahre	0.1126
in 3.25	106.00	$106 \div 1.05^{3.25} = 90.4567$	84.2201%	3.25 Jahre	2.7372
$\sum_{t=1}^{n} \frac{Z_t}{(1+i)^t}$		= 107,4052	100,0000%	$\sum_{t=1}^{n} t \circ \frac{\frac{Z_t}{(1+i)^t}}{\sum_{t=1}^{n} \frac{Z_t}{(1+i)^t}}$ =	2.9293

Konvexität

Zinssensitivität von Obligationen



institut für **b**anken und **f**inanzplanung
Feldstrasse 41, 7205 Zizers
081 330 82 40, max.luescher@ibf-chur.ch
www.ibf-chur.ch

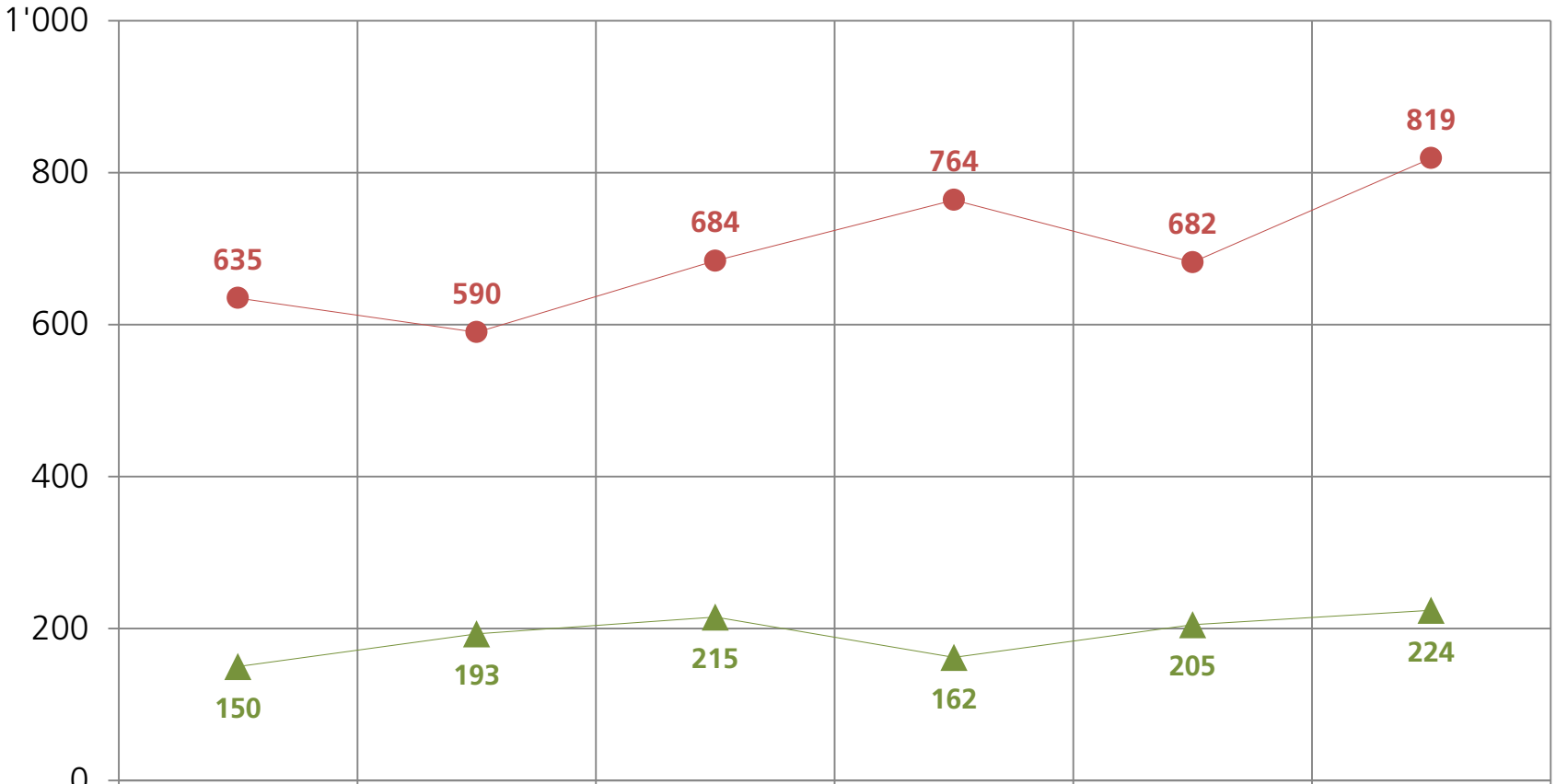
Diagramme

Grundlagen der Finanzmathematik/-statistik
Kompakte Einführung für Praxis und Studium
Max Lüscher-Marty
4., überarbeitete Auflage 2021
Compendio Bildungsmedien AG

Kapitel 4:
Performancerechnen

Aktie A, Aktie B: Kurse und Dividenden

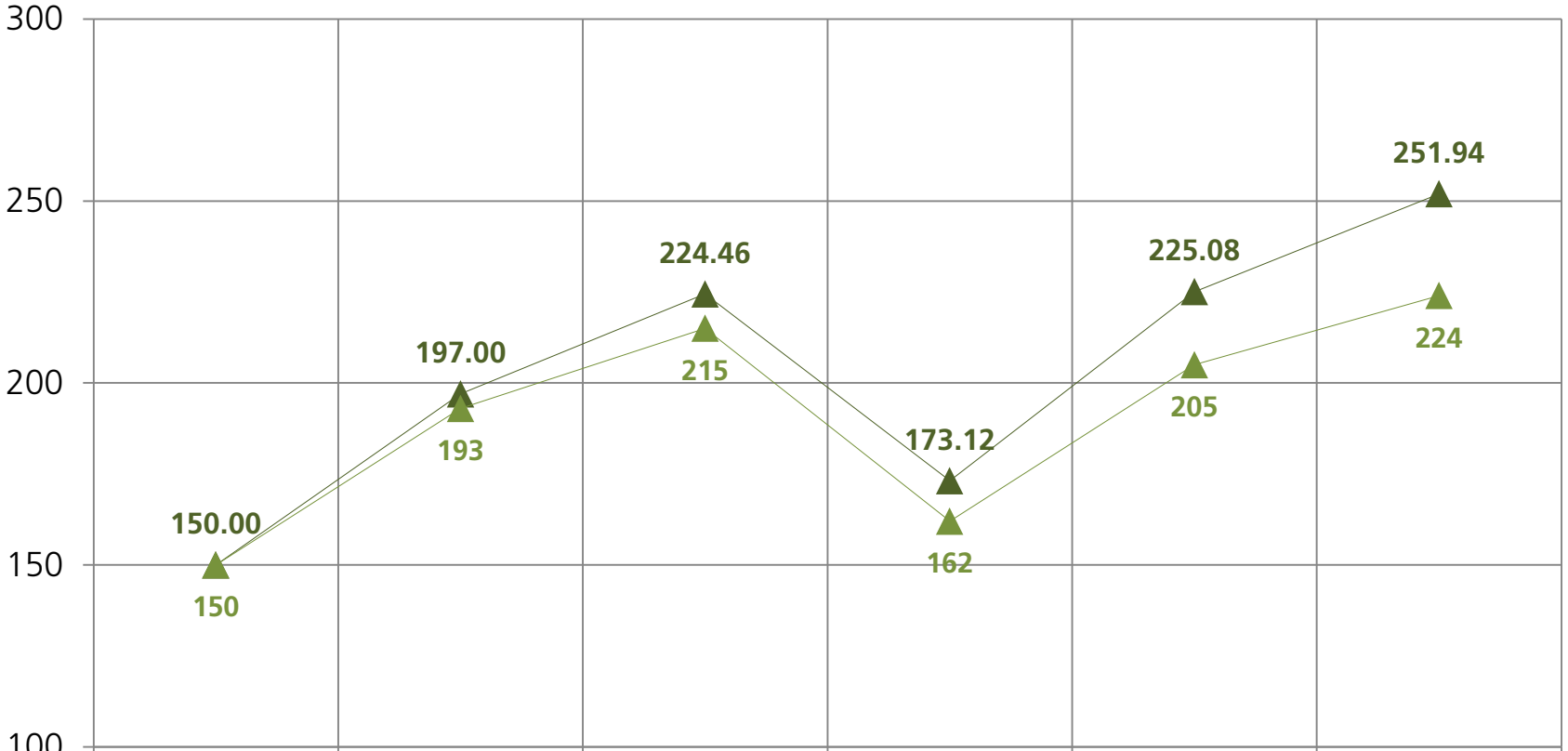
31.12.2015 - 31.12.2020



	Ende 2015	Ende 2016	Ende 2017	Ende 2018	Ende 2019	Ende 2020
Kurs Aktie B	635	590	684	764	682	819
Dividende B		7	8	8	8	9
Kurs Aktie A	150	193	215	162	205	224
Dividende A		4	5	4	6	6

Aktie A: Kurs- und Kapitalentwicklung

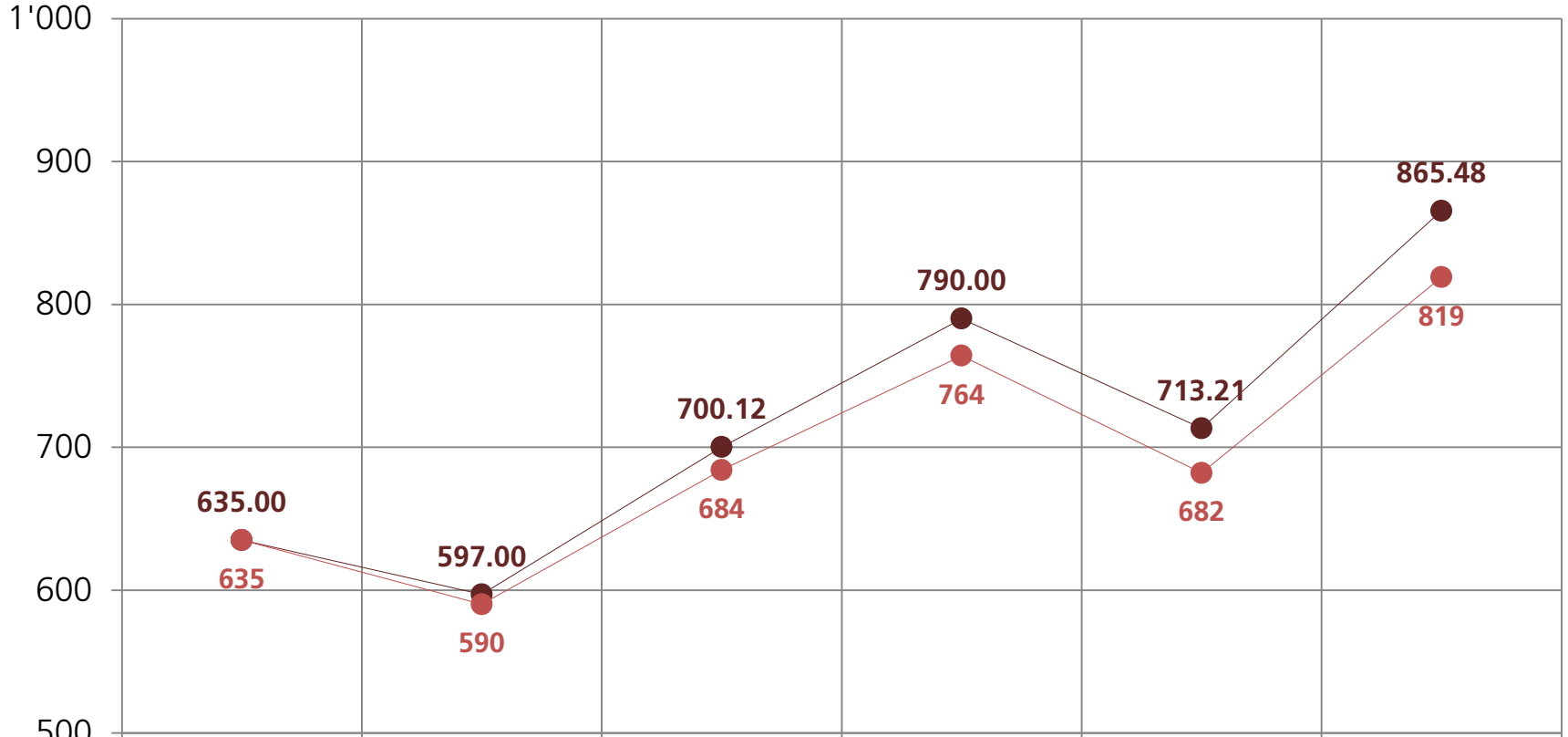
31.12.2015 - 31.12.2020



	Ende 2015	Ende 2016	Ende 2017	Ende 2018	Ende 2019	Ende 2020
Endkapital A	150.00	197.00	224.46	173.12	225.08	251.94
Kurs Aktie A	150	193	215	162	205	224
Dividende		4	5	4	6	6
TR diskret		31.33%	13.94%	-22.87%	30.01%	11.93%
TR stetig		27.26%	13.05%	-25.97%	26.24%	11.27%

Aktie B: Kurs- und Kapitalentwicklung

31.12.2015 - 31.12.2020



	Ende 2015	Ende 2016	Ende 2017	Ende 2018	Ende 2019	Ende 2020
Endkapital B	635.00	597.00	700.12	790.00	713.21	865.48
Kurs Aktie B	635	590	684	764	682	819
Dividende		7	8	8	8	9
TR diskret		-5.98%	17.27%	12.84%	-9.72%	21.35%
TR stetig		-6.17%	15.93%	12.08%	-10.23%	19.35%

Renditebestimmung bei Einlagen/Entnahmen

Betrachtungszeitraum: 31.12.2019-31.12.2020

Datum	**Depotbestand vor Einlagen/Entnahmen**	**Einlagen** Einzahlungen	**Entnahmen** Rückzahlungen	**Depotbestand nach Einlagen/Entnahmen**	**Rendite**
31. Dezember 2019	**1'000'000.00**			**1'000'000.00**	
12. März 2020	**1'015'000.00**	**50'000.00**		**1'065'000.00**	**+1,50%**
30. Juni 2020	**1'086'300.00**	**23'700.00**		**1'110'000.00**	**+2,00%**
12. September 2020	**1'079'475.00**		**39'475.00**	**1'040'000.00**	**-2,75%**
31. Dezember 2020	**1'081'600.00**				**+4,00%**

Zeitgewichtete Rendite

$$\left[\frac{1'015'000.00}{1'000'000.00} \circ \frac{1'086'300.00}{1'065'000.00} \circ \frac{1'079'475.00}{1'110'000.00} \circ \frac{1'081'600.00}{1'040'000.00}\right] - 1 = 0.047102 \text{ bzw. } +4,7102\%$$

$$\left[1.015 \circ 1.02 \circ 0.9725 \circ 1.04\right] - 1 = 0.047102 \text{ bzw. } +4,7102\%$$

Renditebestimmung bei Einlagen/Entnahmen

Betrachtungszeitraum: 31.12.2019-31.01.2020

Datum	**Depotbestand vor Einlagen/Entnahmen**	**Einlagen** Einzahlungen	**Entnahmen** Rückzahlungen	**Depotbestand nach Einlagen/Entnahmen**	**Rendite**
31. Dezember 2019	**1'000'000.00**			**1'000'000.00**	
06. Januar 2020	**1'015'000.00**	**50'000.00**		**1'065'000.00**	**+1,50%**
15. Januar 2020	**1'086'300.00**	**23'700.00**		**1'110'000.00**	**+2,00%**
21. Januar 2020	**1'079'475.00**		**39'475.00**	**1'040'000.00**	**-2,75%**
31. Januar 2020	**1'081'600.00**				**+4,00%**

Zeitgewichtete Rendite

$$\left[\frac{1'015'000.00}{1'000'000.00} \circ \frac{1'086'300.00}{1'065'000.00} \circ \frac{1'079'475.00}{1'110'000.00} \circ \frac{1'081'600.00}{1'040'000.00}\right] - 1 = 0.047102 \text{ bzw. } +4,7102\%$$

$$\left[1.015 \circ 1.02 \circ 0.9725 \circ 1.04\right] - 1 = 0.047102 \text{ bzw. } +4,7102\%$$

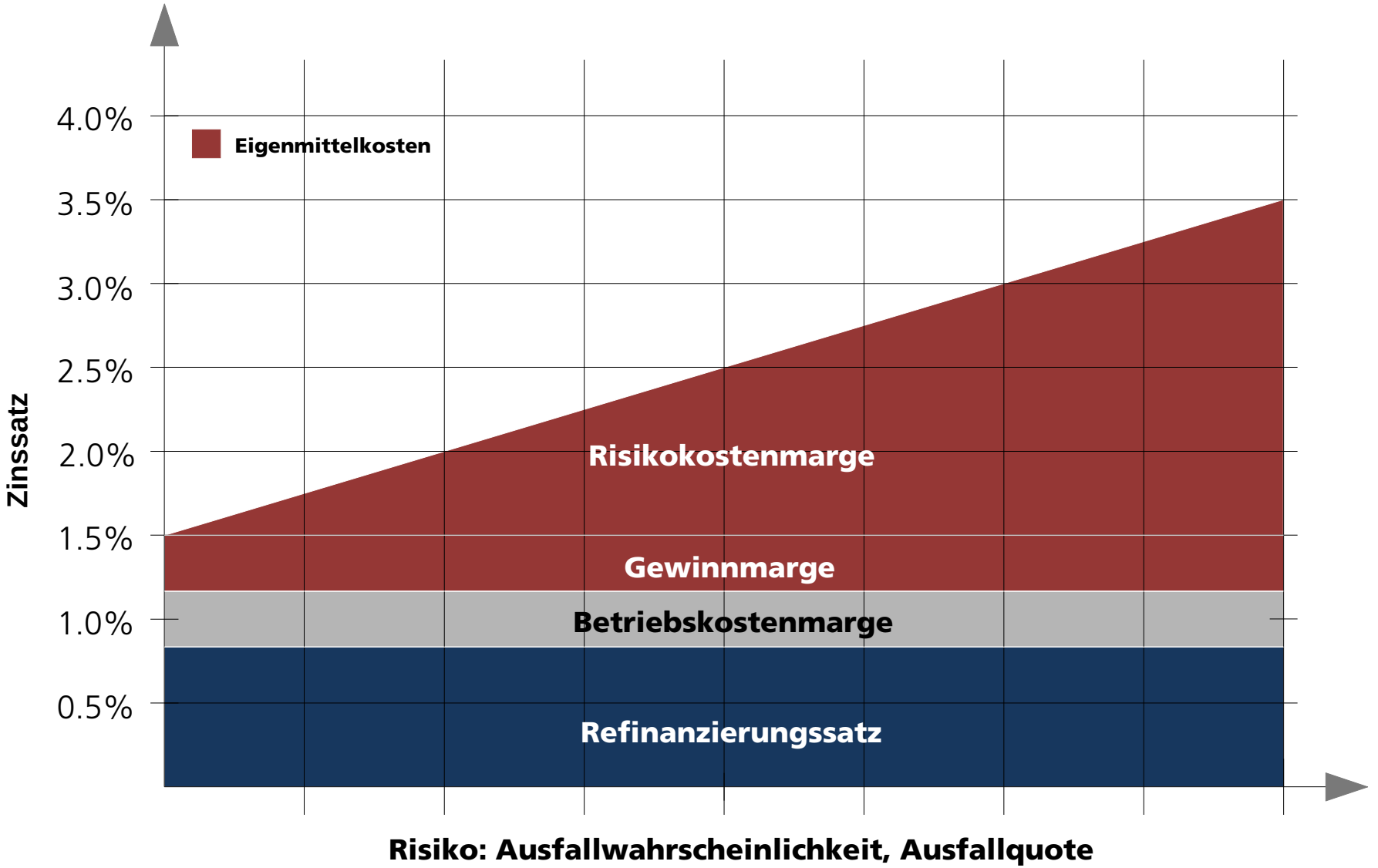
institut für **b**anken und **f**inanzplanung
Feldstrasse 41, 7205 Zizers
081 330 82 40, max.luescher@ibf-chur.ch
www.ibf-chur.ch

Diagramme

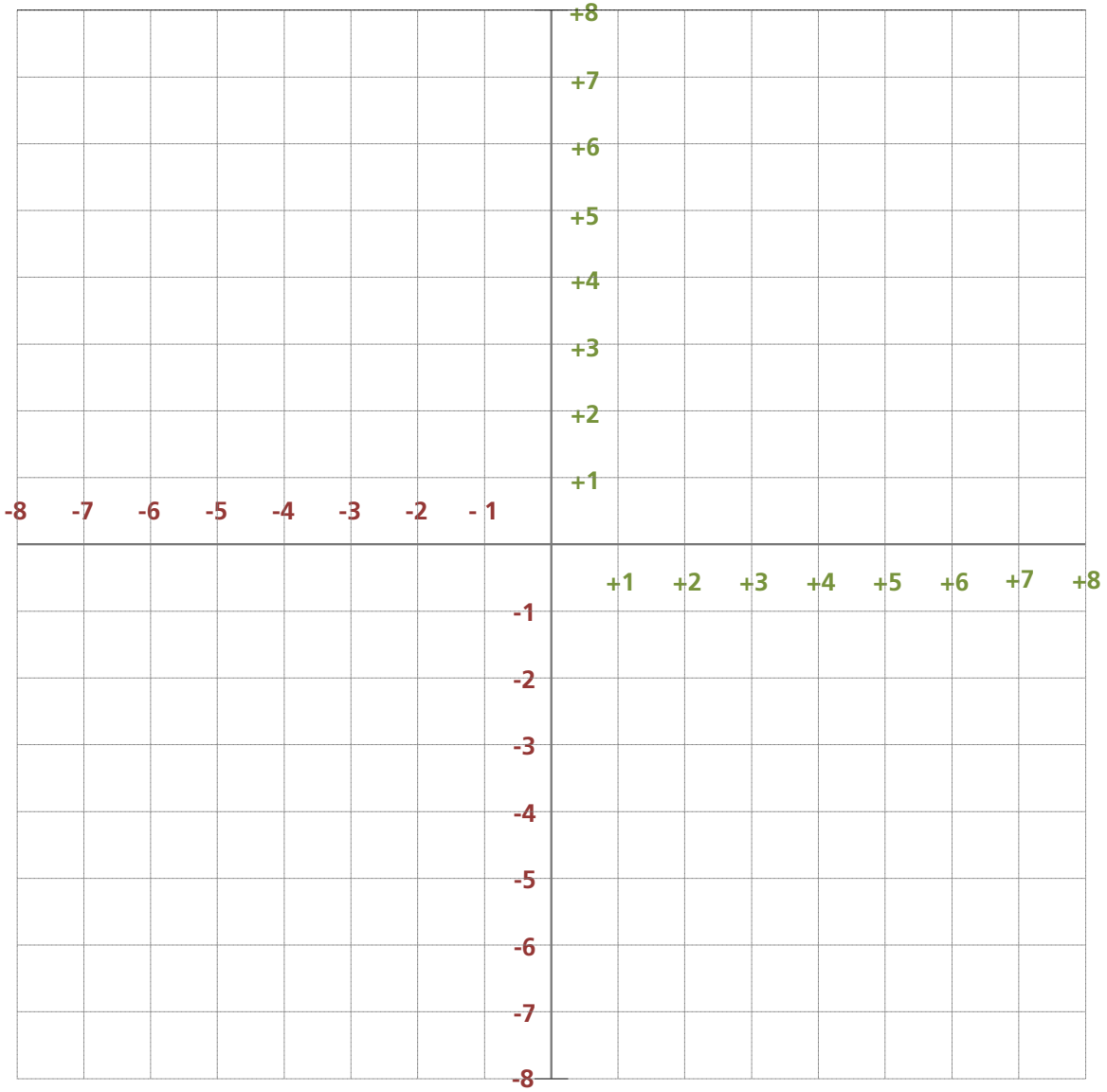
Grundlagen der Finanzmathematik/-statistik
Kompakte Einführung für Praxis und Studium
Max Lüscher-Marty
4., überarbeitete Auflage 2021
Compendio Bildungsmedien AG

Kapitel 5:
Funktionen und Diagramme

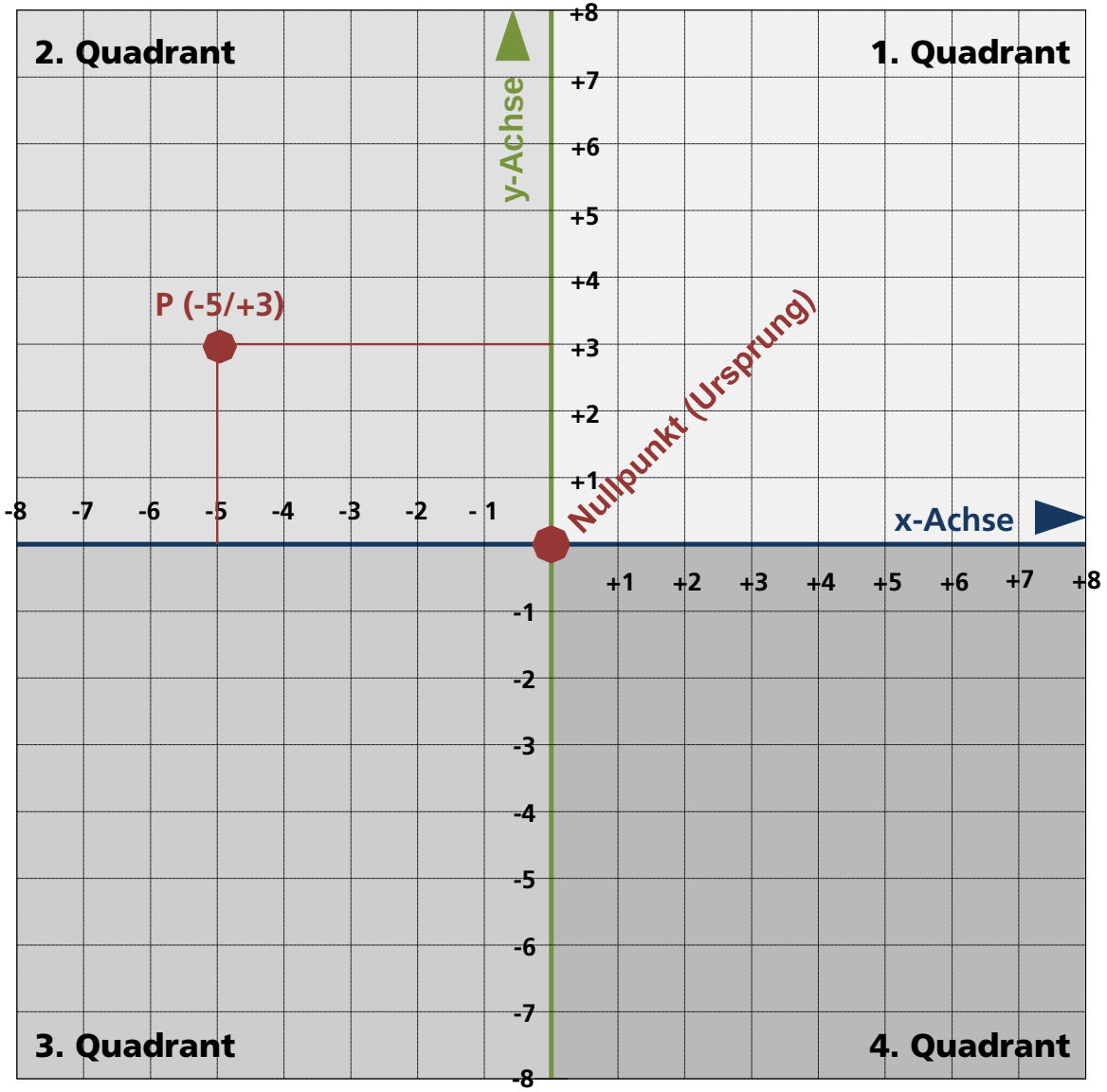
Risk Adjusted Pricing



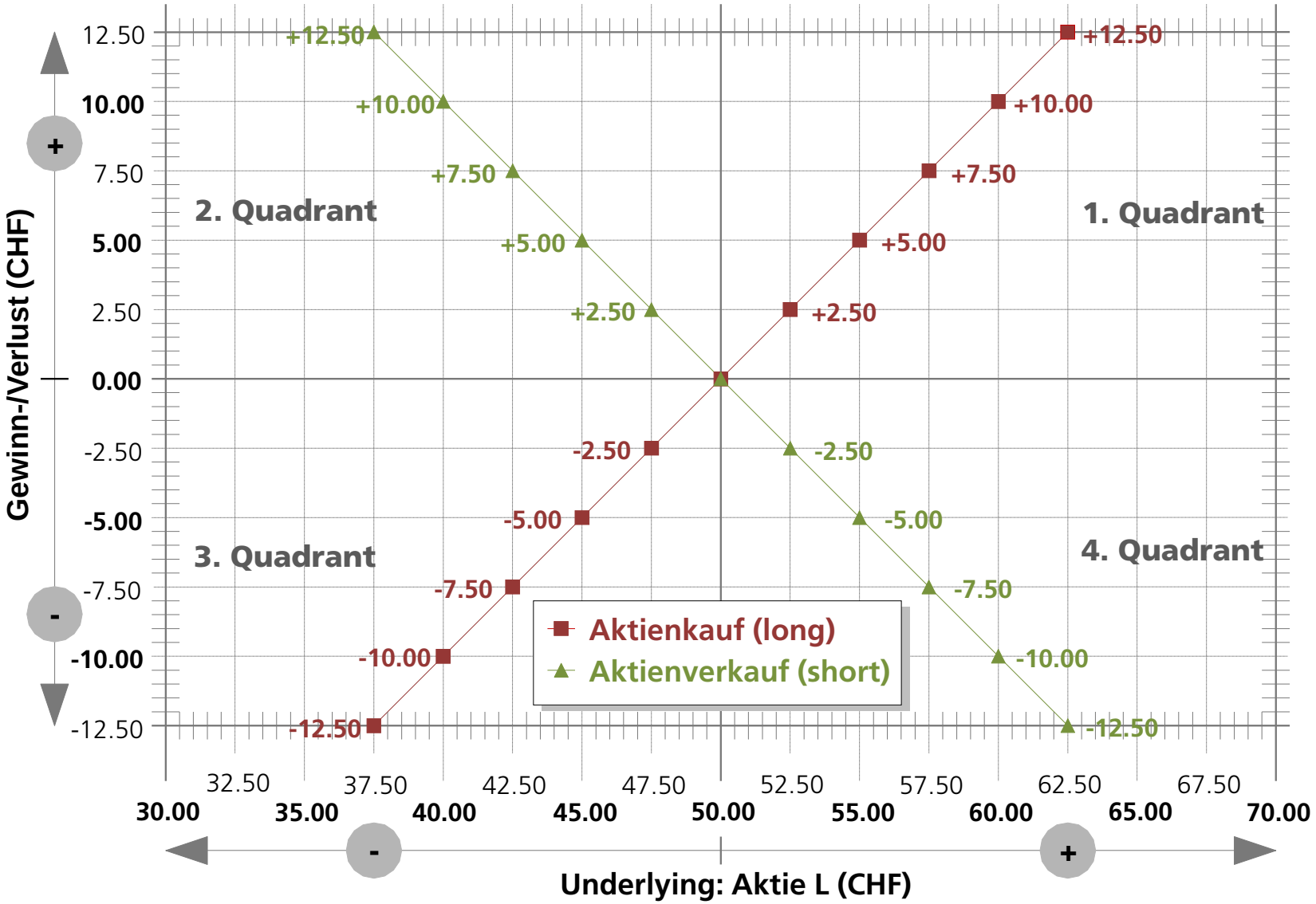
Kartesisches Koordinatensystem



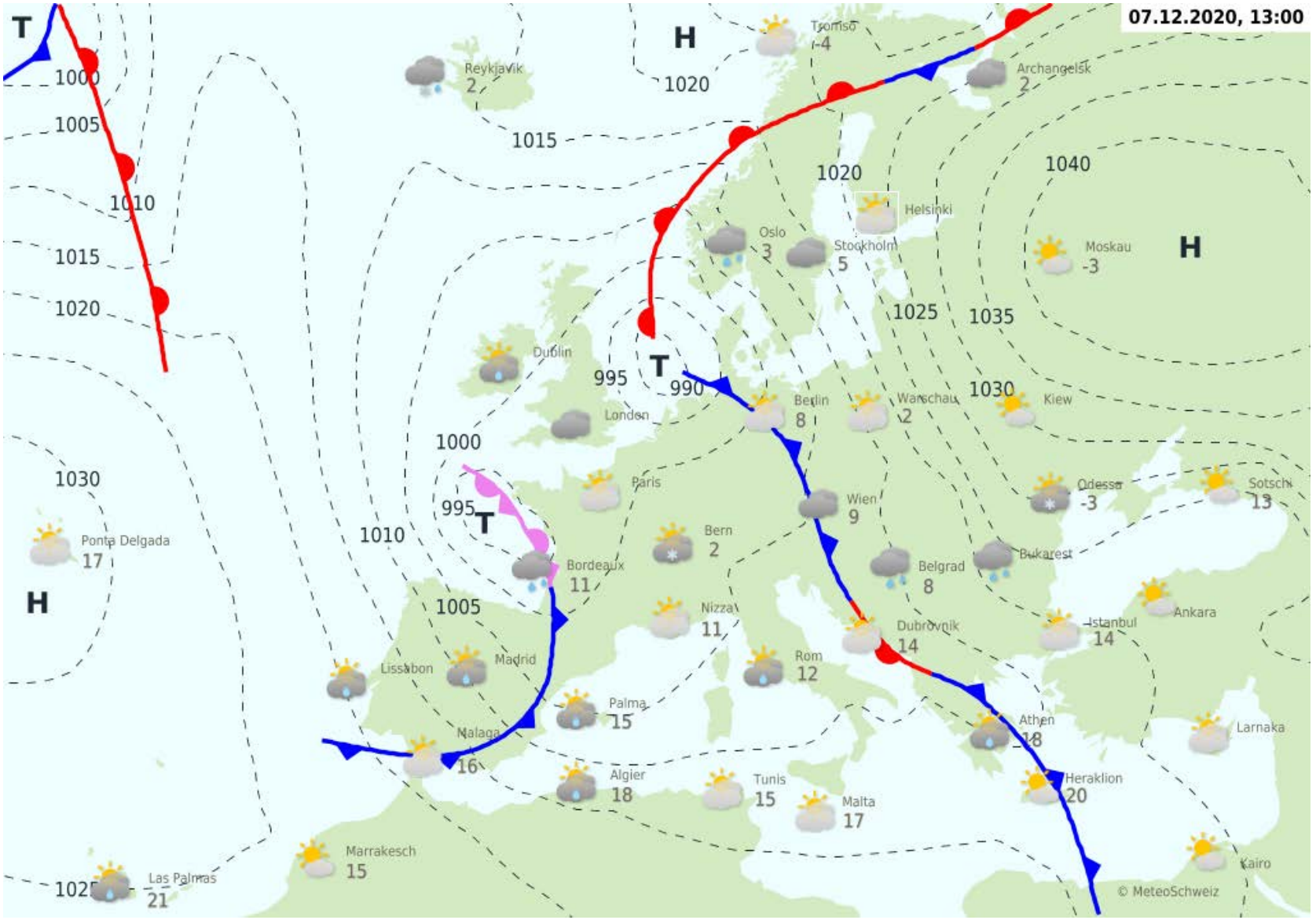
Kartesisches Koordinatensystem



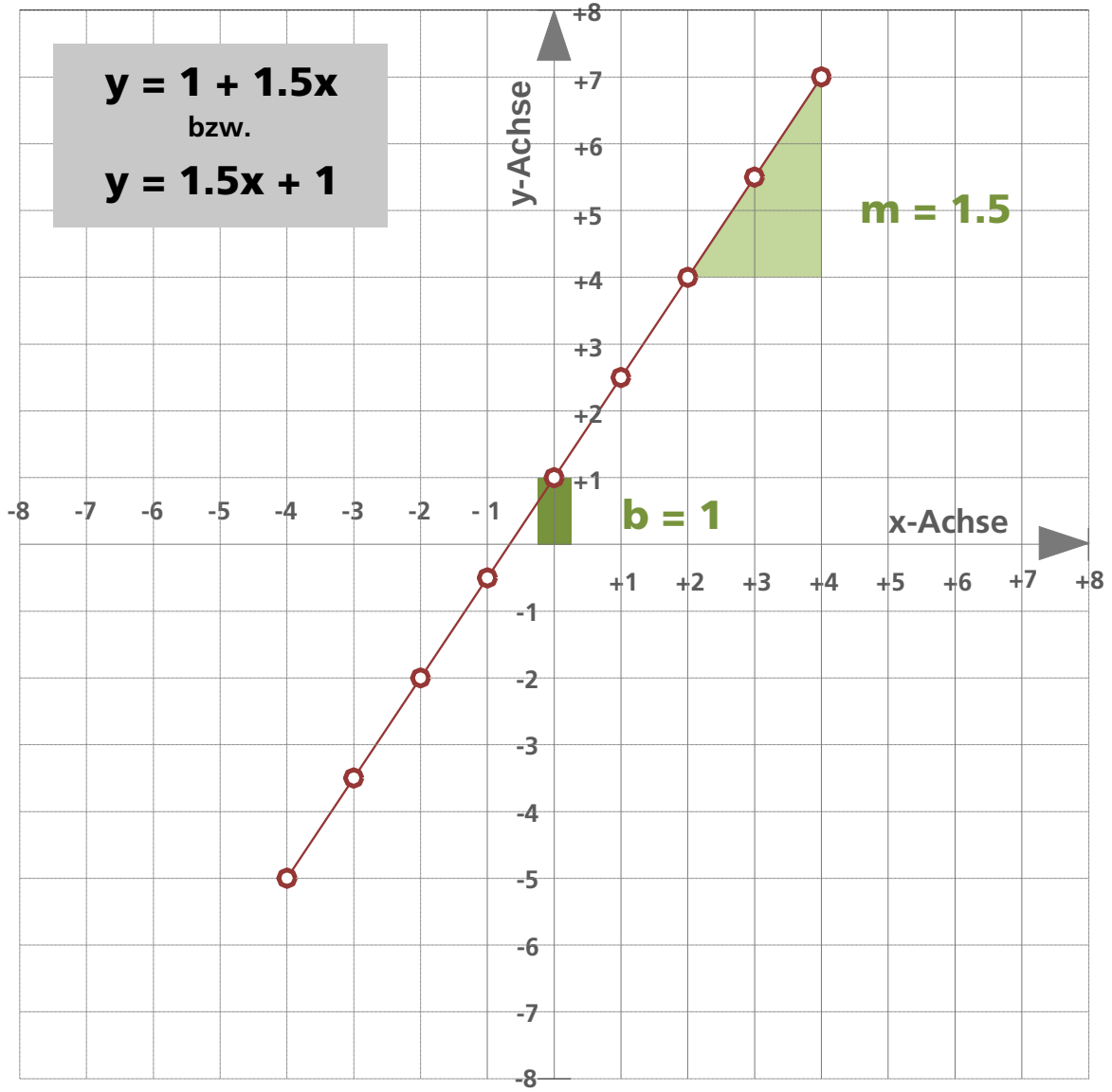
Kauf (long) bzw. Leerverkauf (short) einer Aktie L

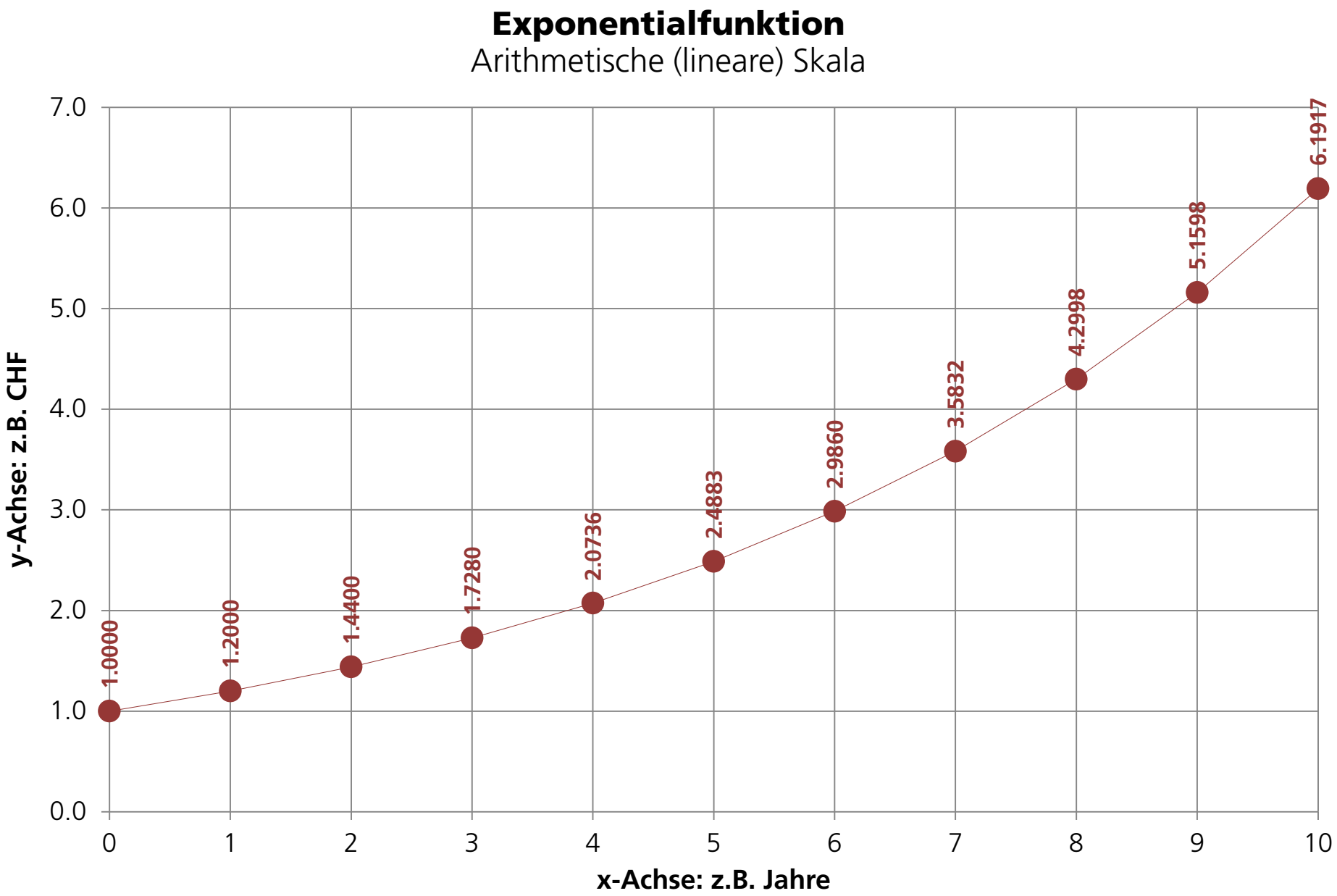


Isoquanten: Isobarenkurven



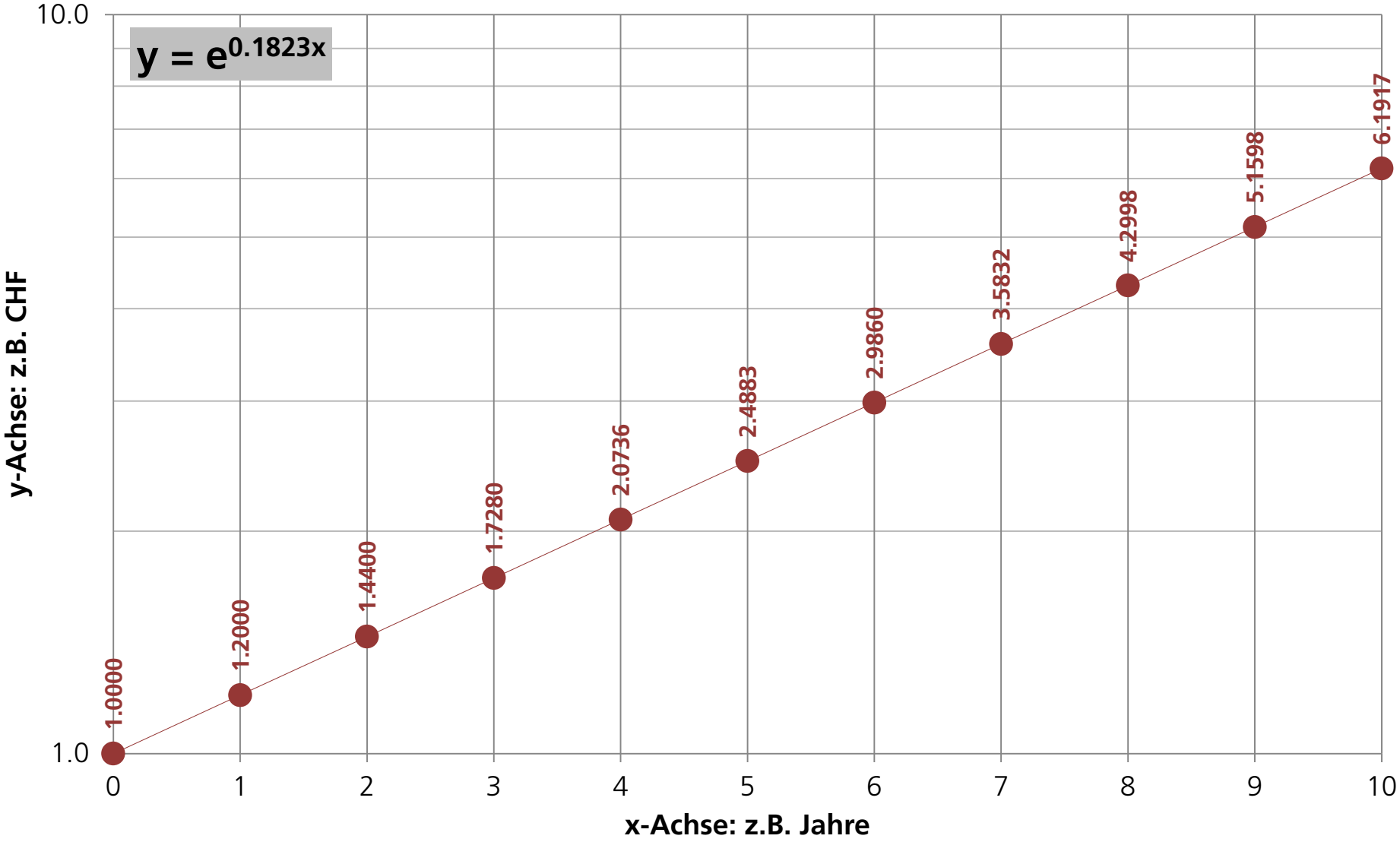
Lineare Funktion




Exponentialfunktion
Arithmetische (lineare) Skala
y-Achse: z.B. CHF
x-Achse: z.B. Jahre
7.0
6.0
5.0
4.0
3.0
2.0
1.0
0.0
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
1.0000
1.2000
1.4400
1.7280
2.0736
2.4883
2.9860
3.5832
4.2998
5.1598
6.1917

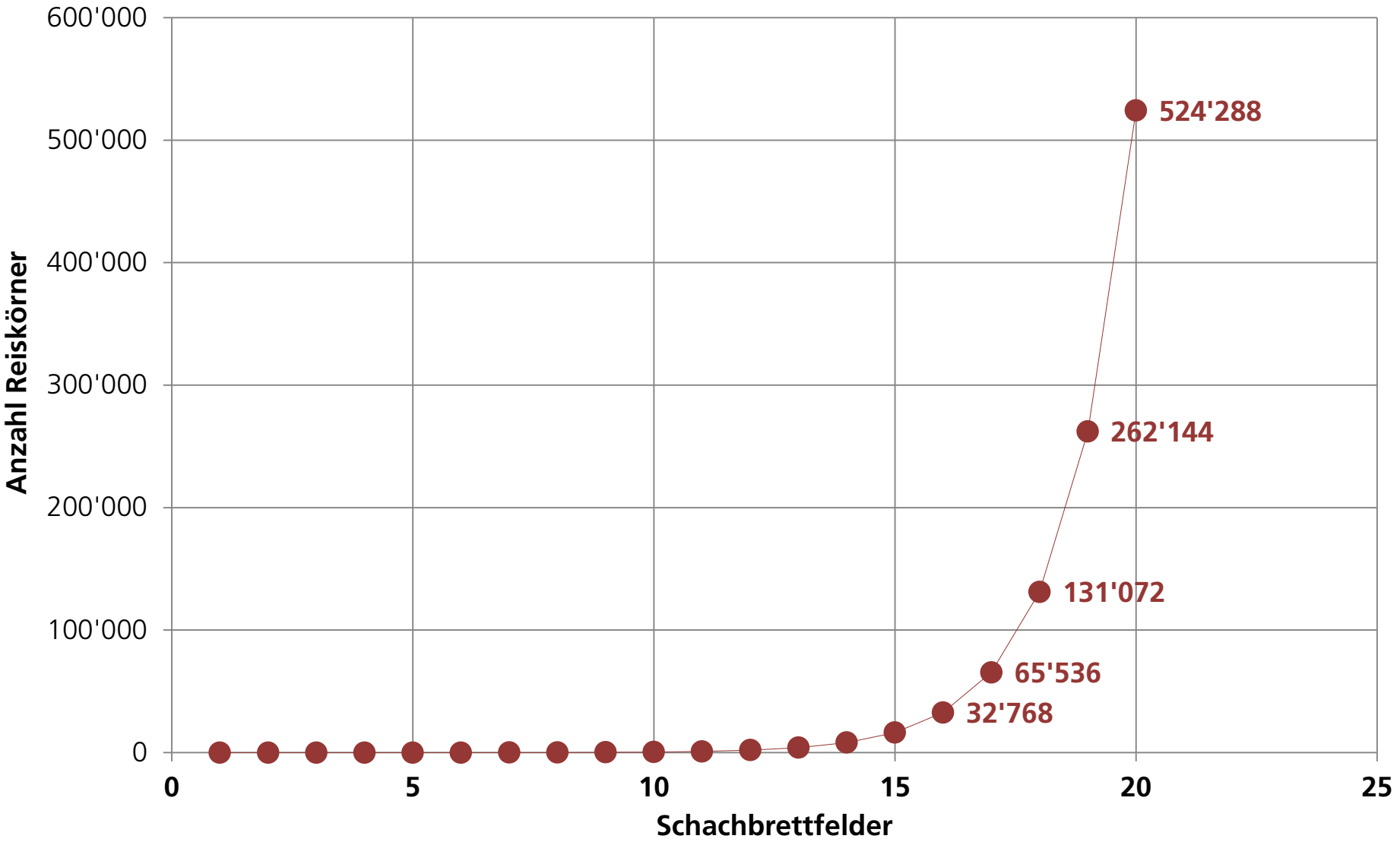
Exponentialfunktion

Logarithmische Skala



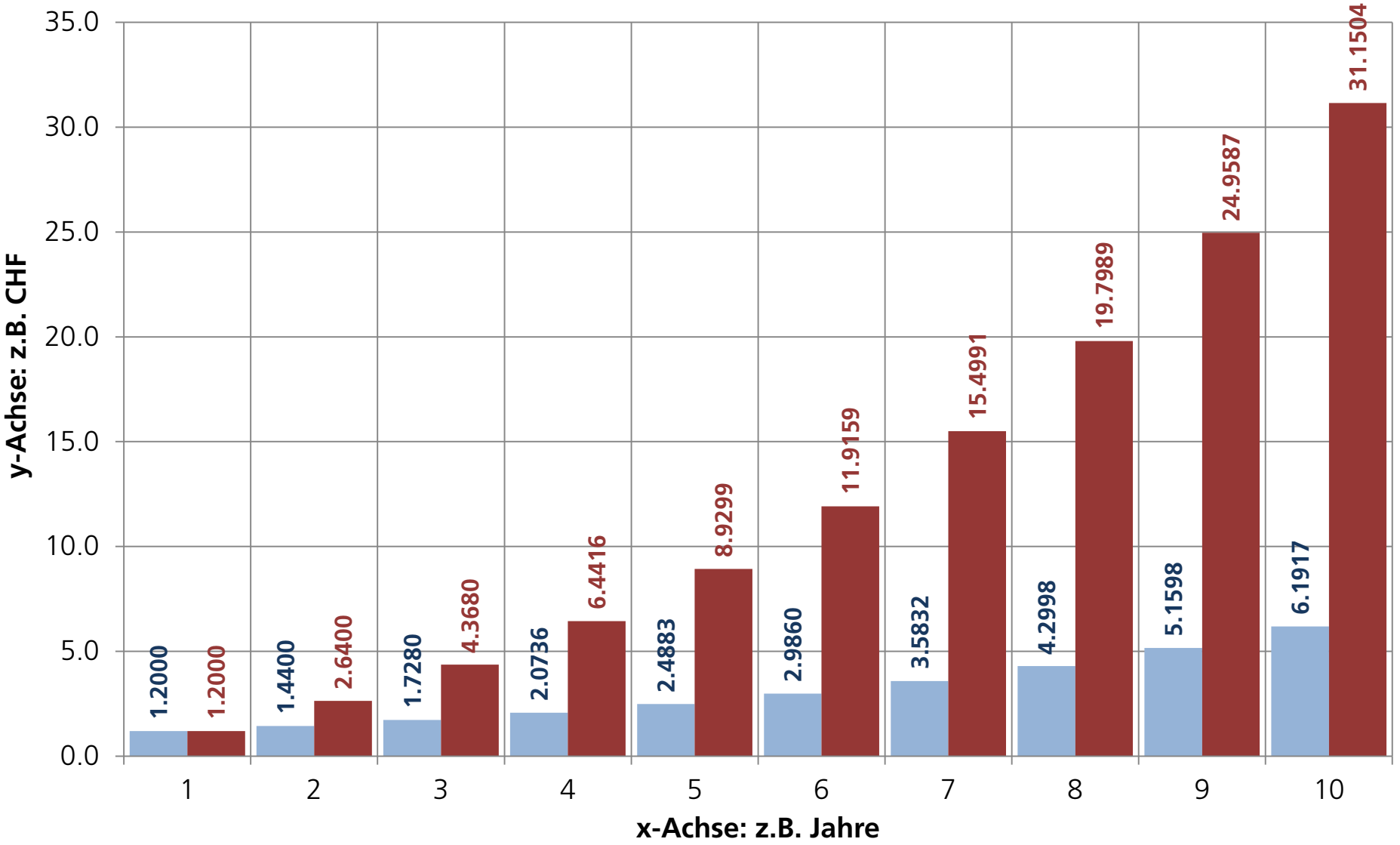
Das Schachbrett und die Reiskörner

Arithmetische (lineare) Skala



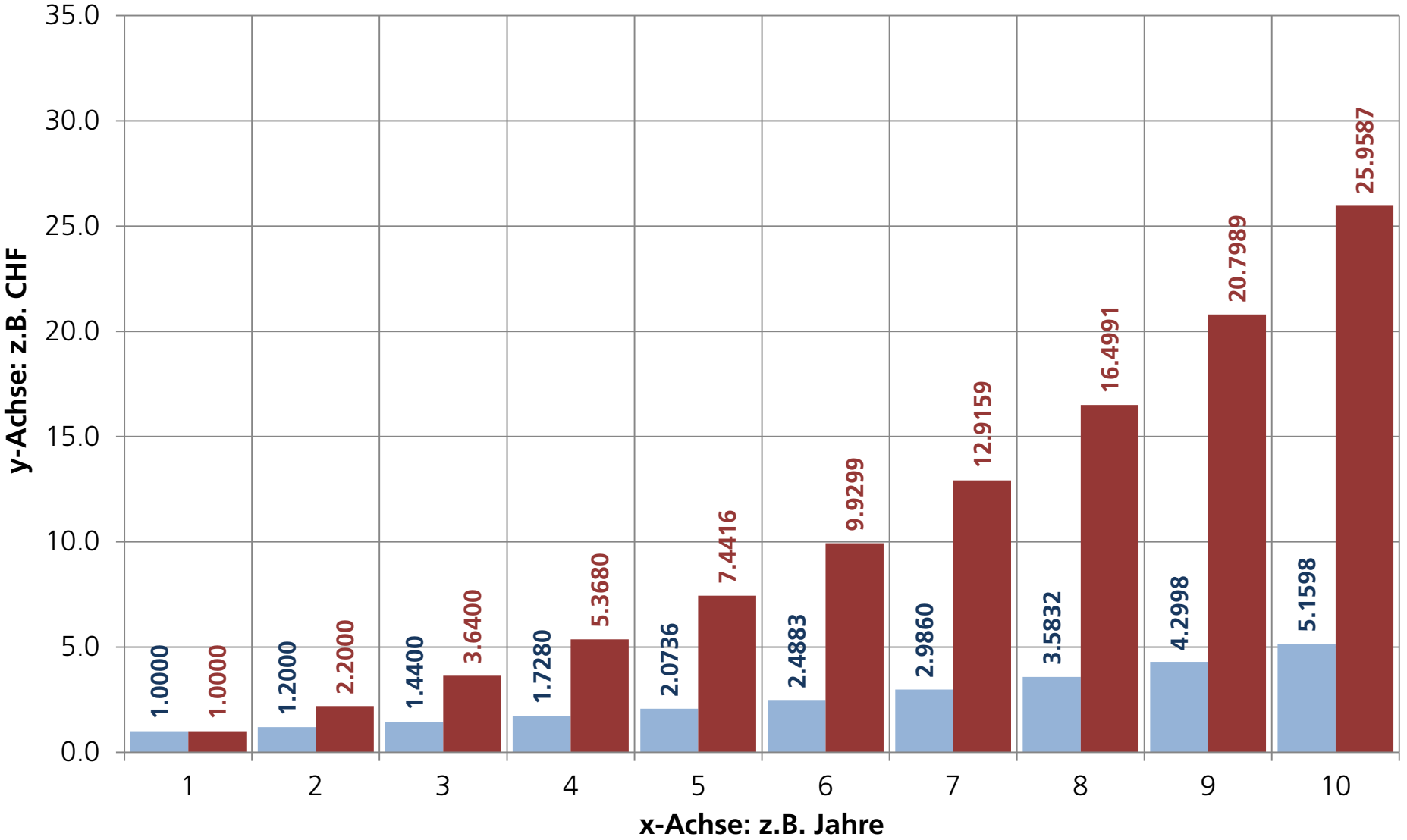
Geometrische Folgen und Reihen

Beispiel: Vorschüssige Rente

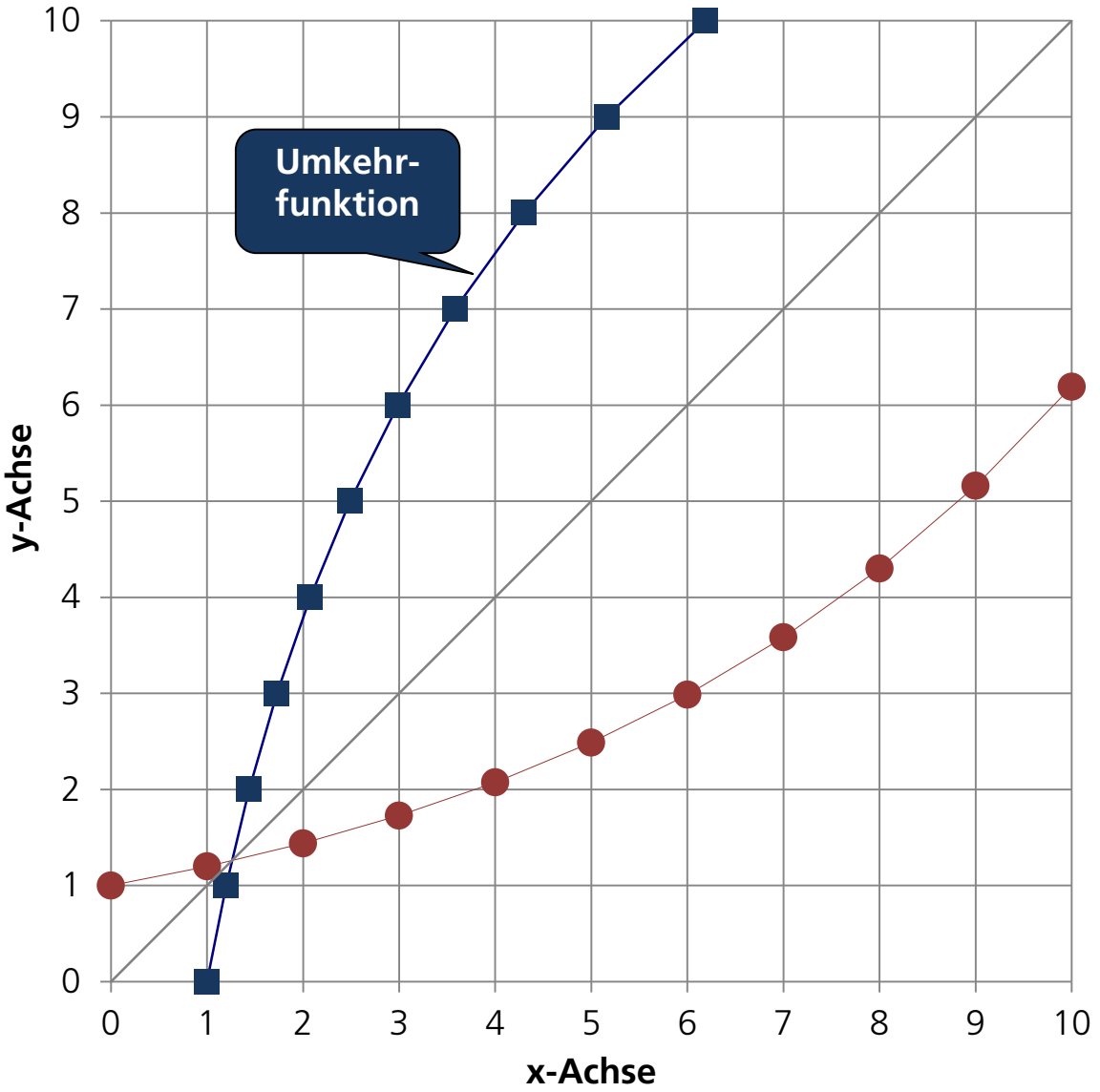


Geometrische Folgen und Reihen

Beispiel: Nachschüssige Rente

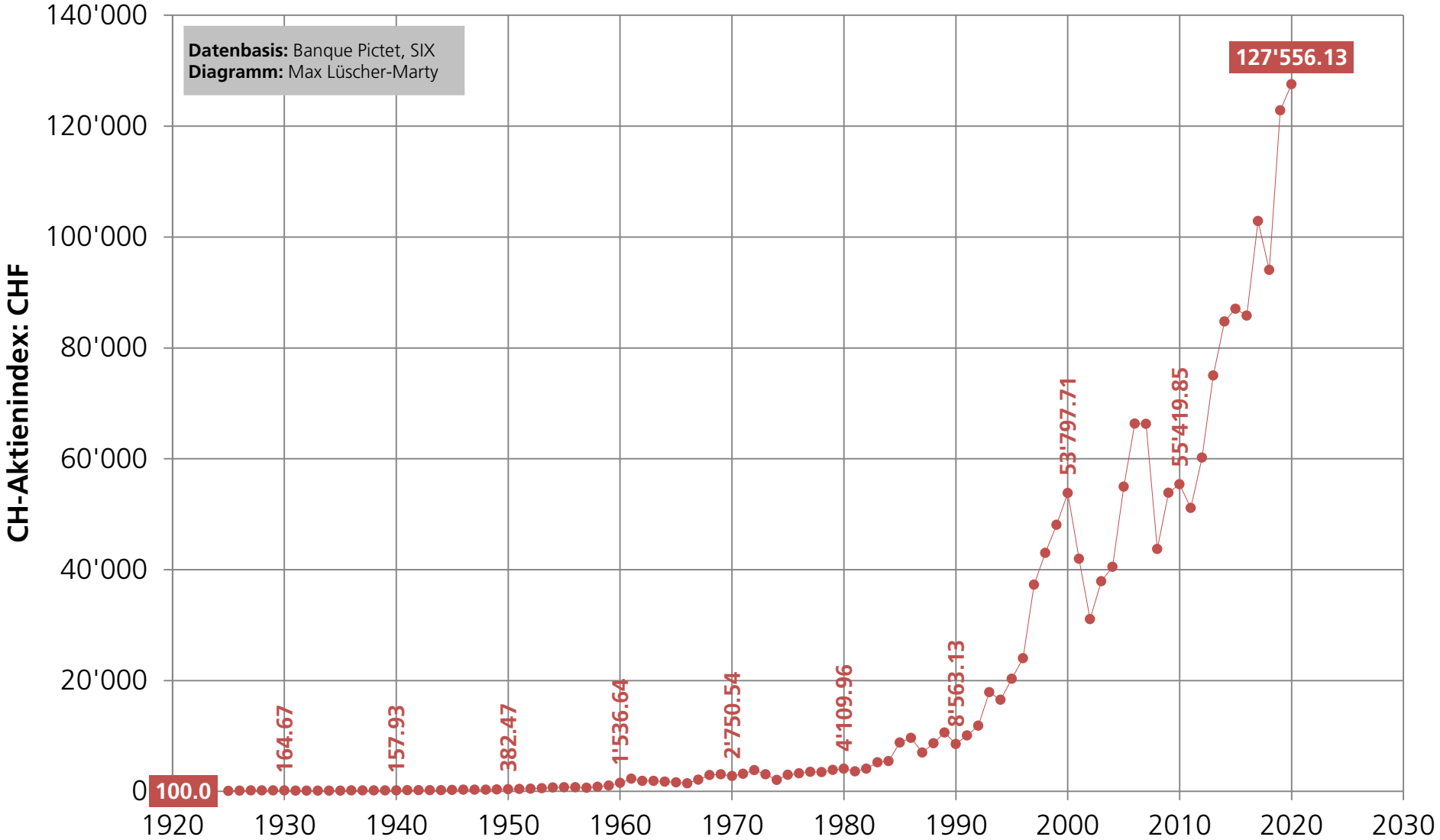


Umkehrfunktion



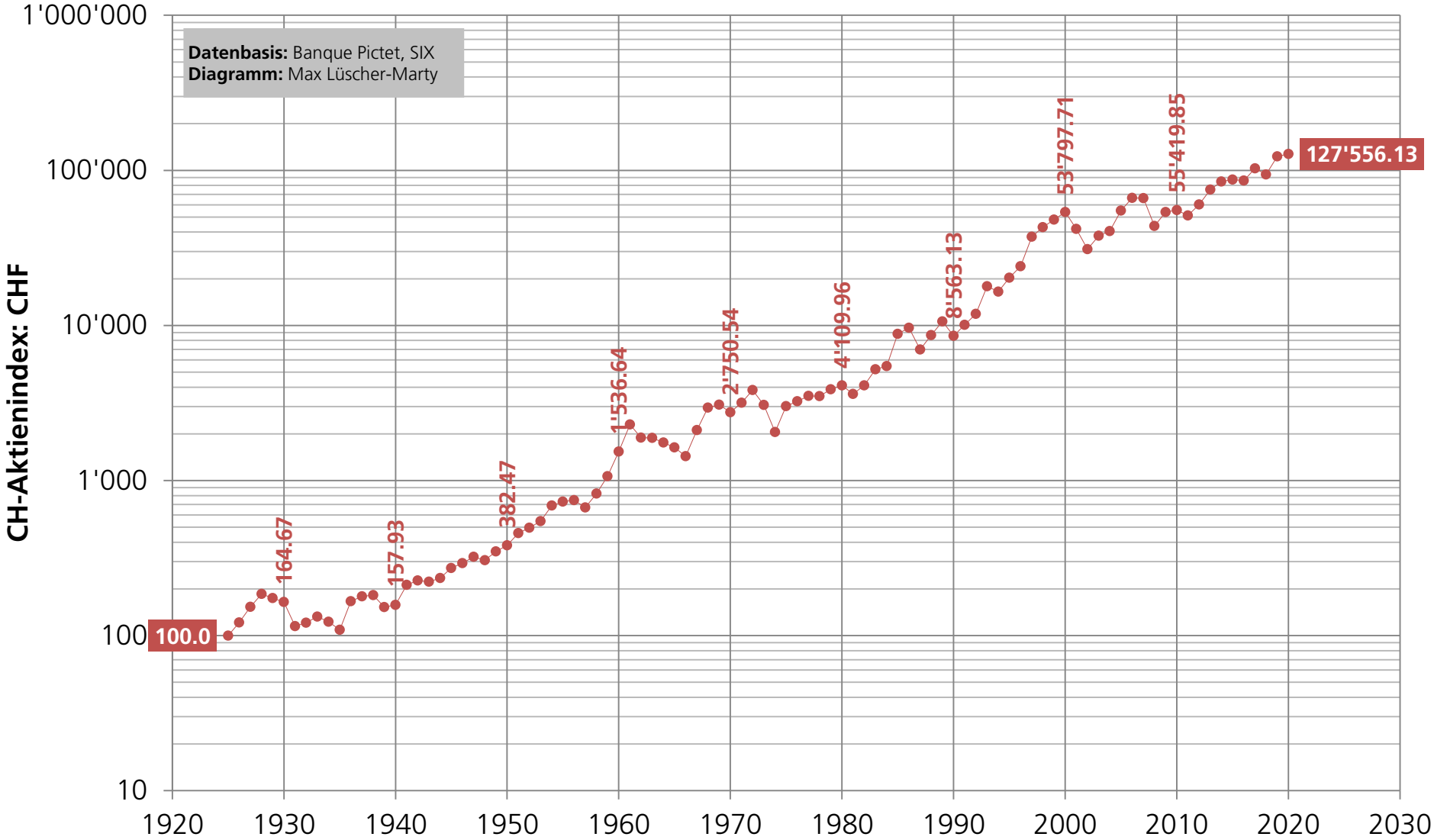
Wertentwicklung CH-Aktien: Total Return

Jahresschlusswerte: 31.12.1925-31.12.2020



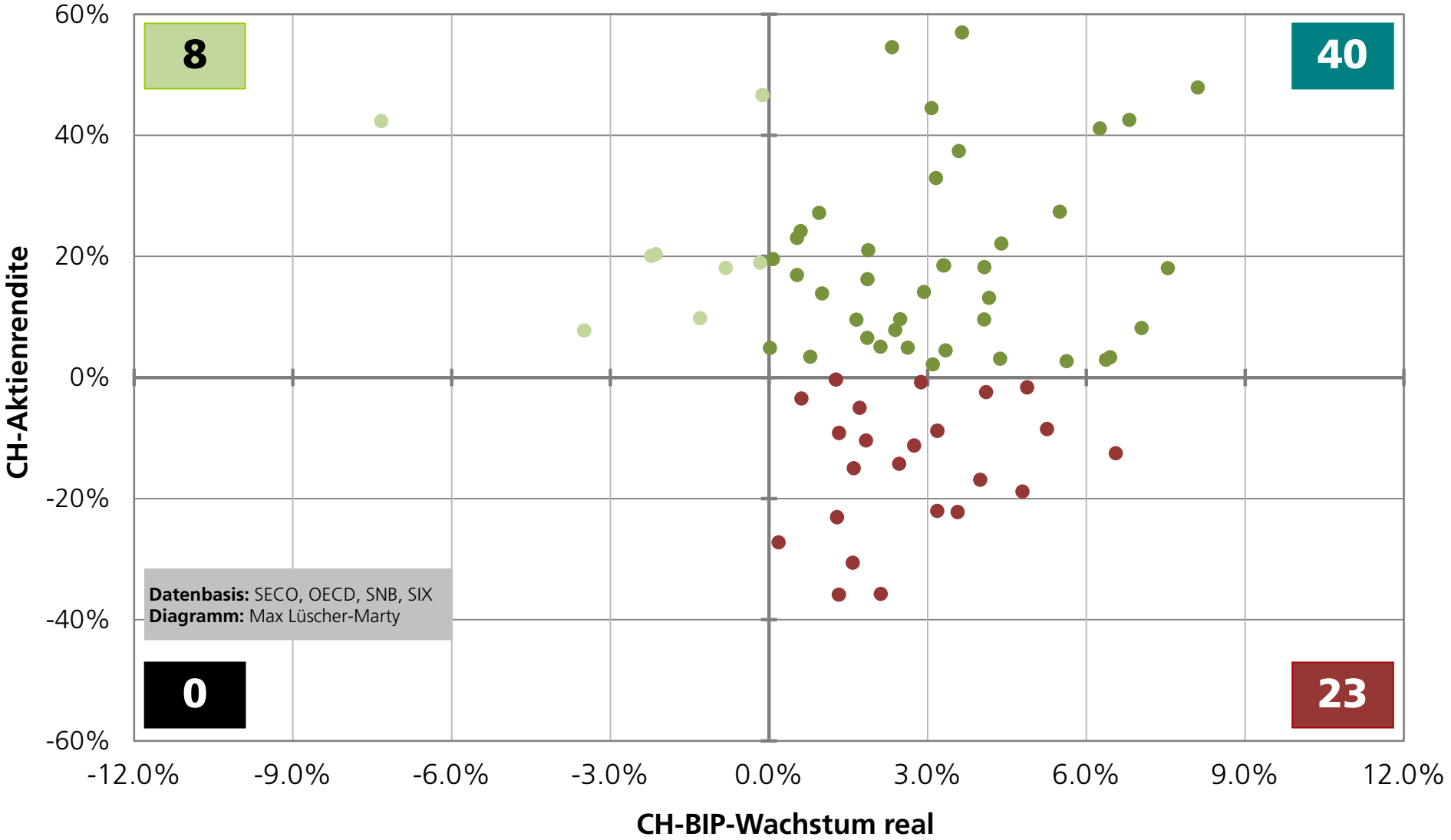
Wertentwicklung CH-Aktien: Total Return

Jahresschlusswerte: 31.12.1925-31.12.2020



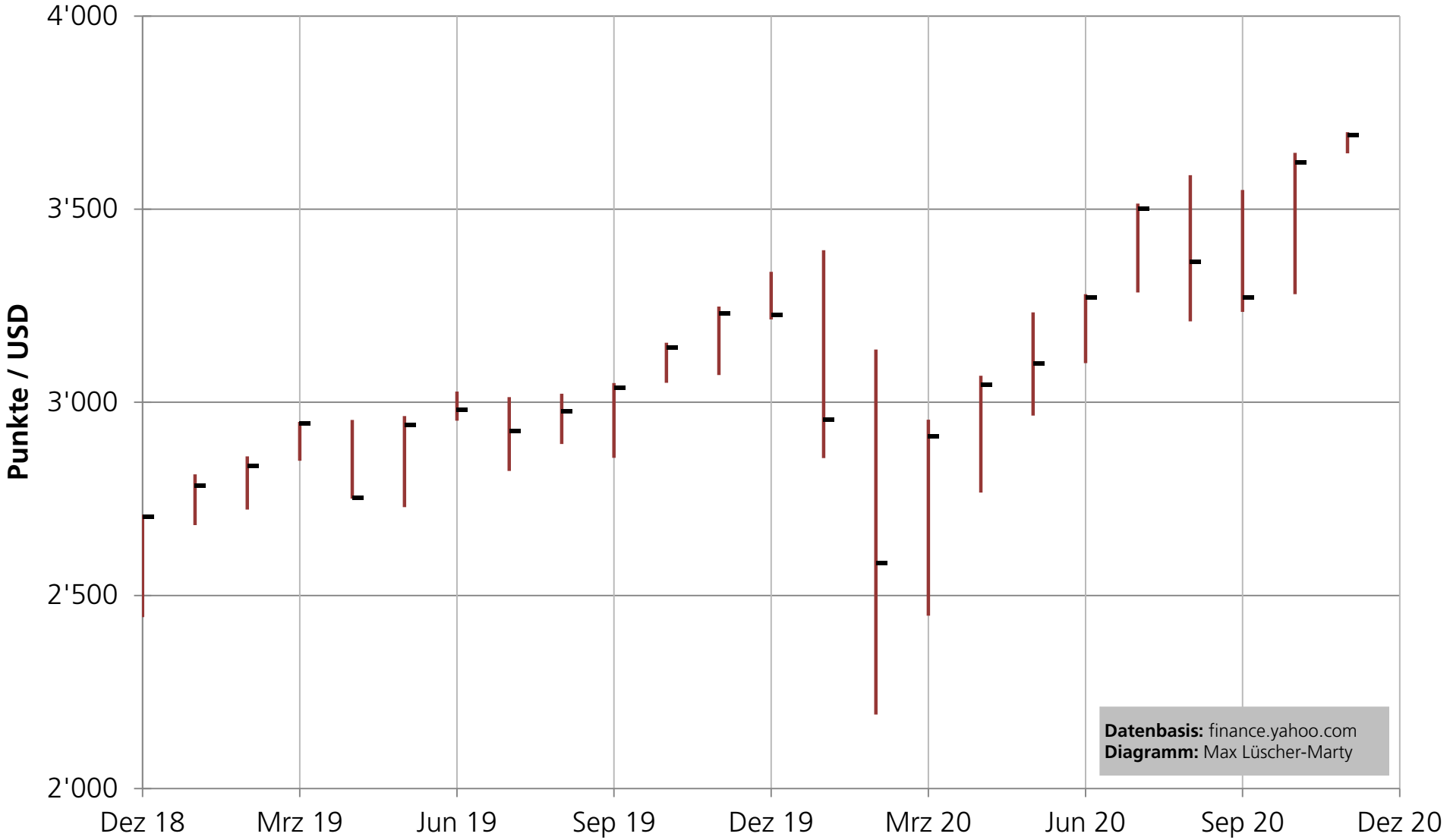
BIP-Wachstum Schweiz real und CH-Aktienrenditen

Jahreswerte: 31.12.1948-31.12.2019



Standard & Poor's 500 Price Index

Balkenchart/Monatsbasis: 31.12.2018-30.11.2020

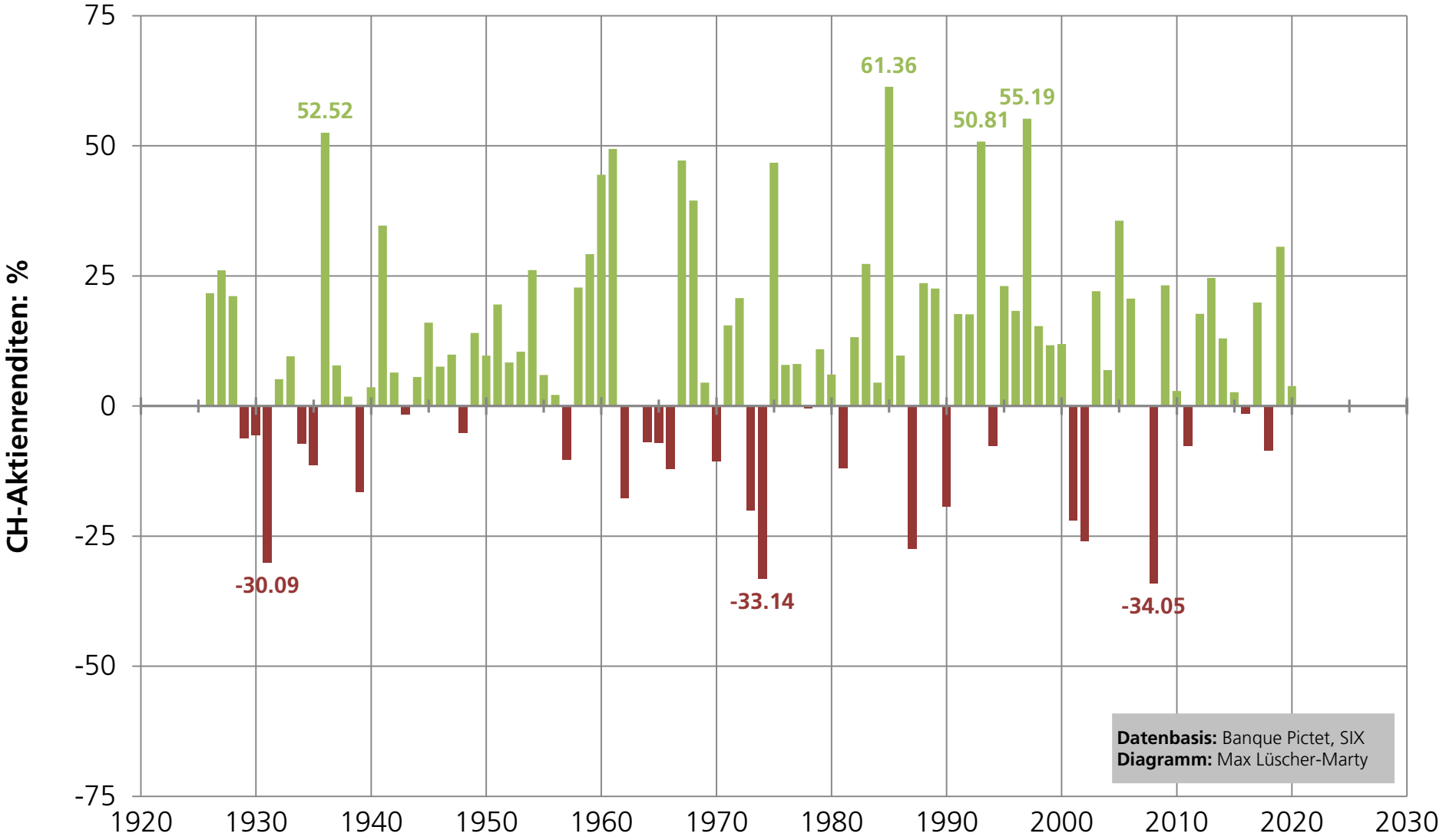


Standard & Poor's 500 Price Index

Kerzenchart/Monatsbasis: 31.12.2018-30.11.2020

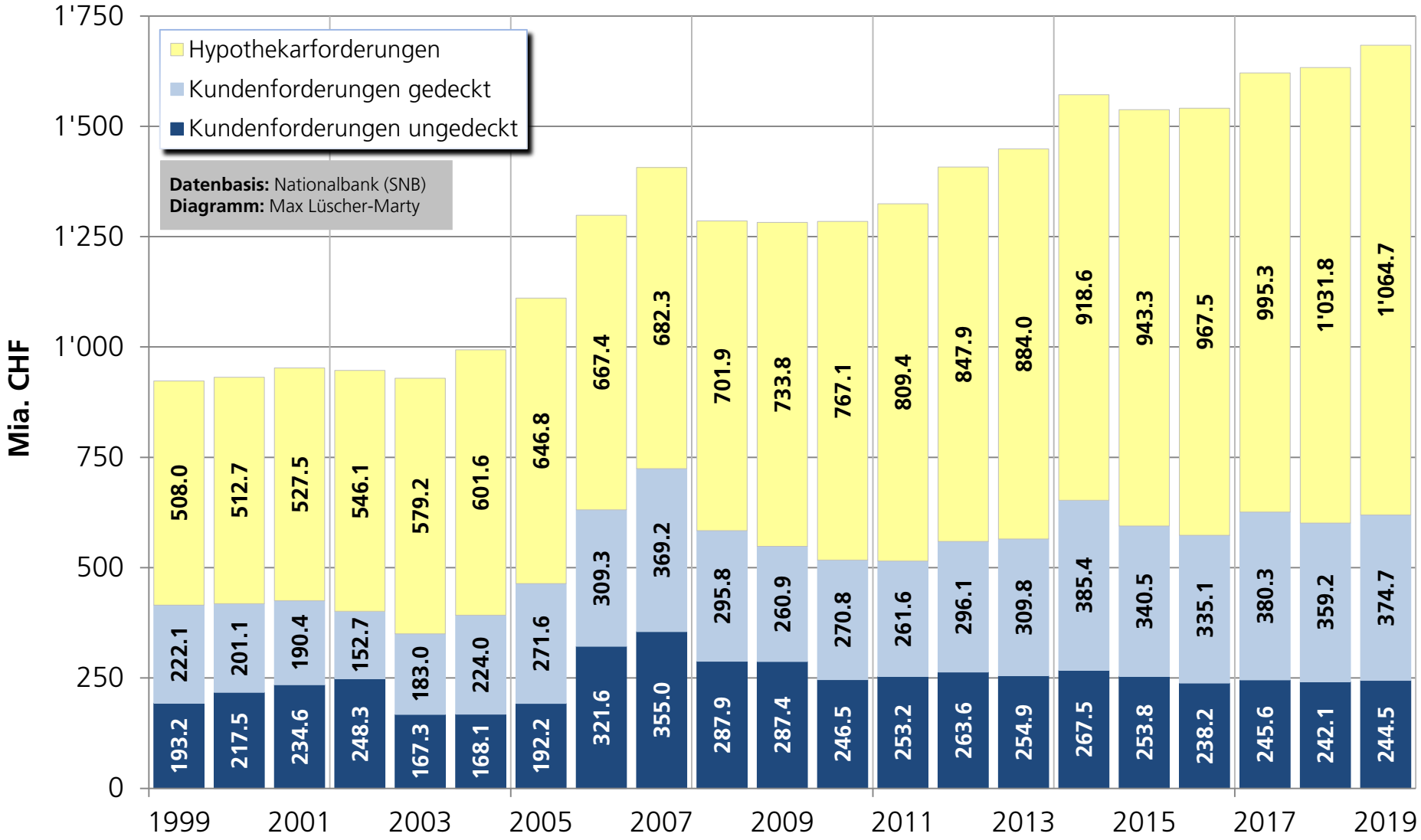
Verteilung diskreter CH-Aktienrenditen: 1926-2020

Mittelwert (Total Return) = 7,82%



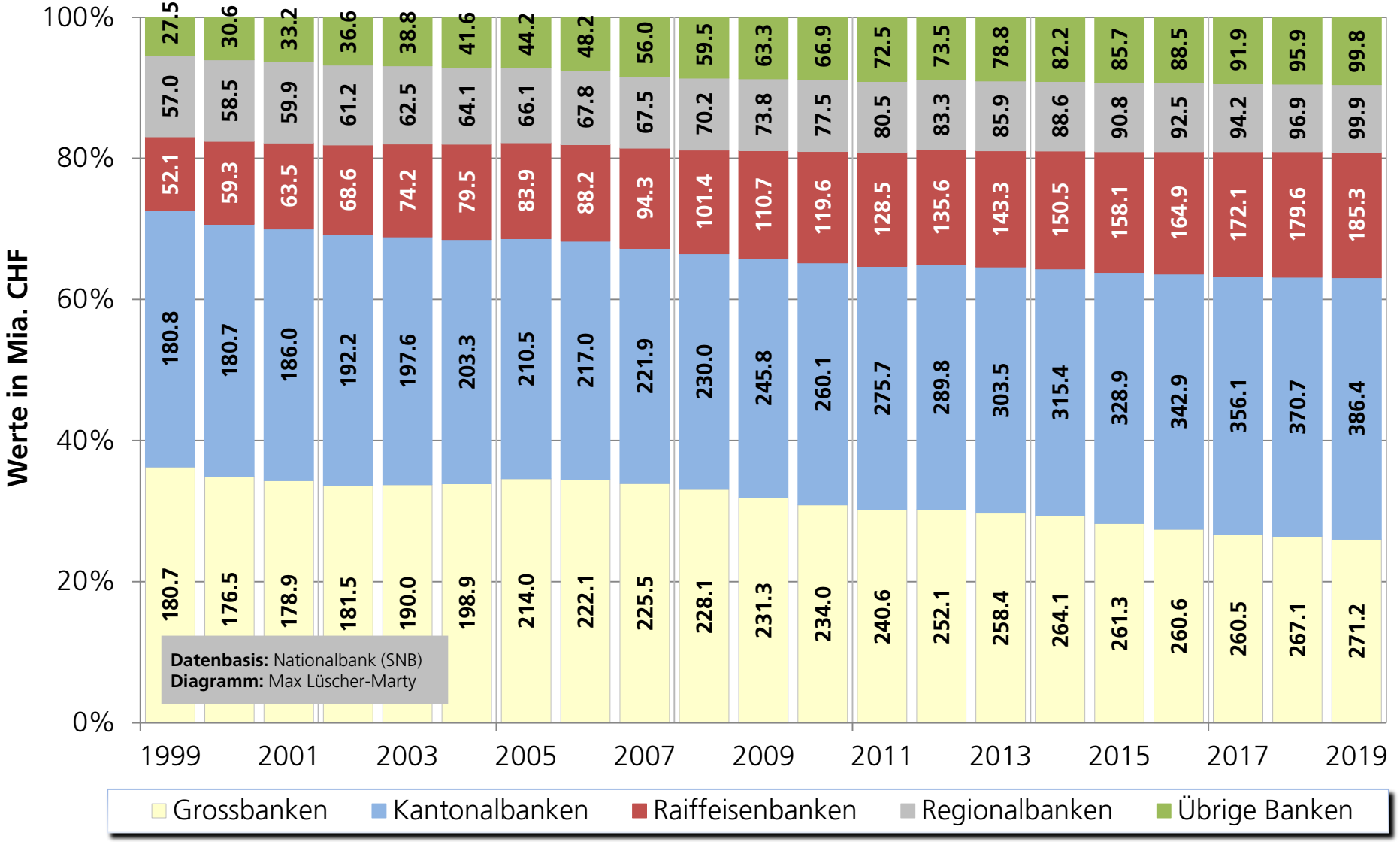
CH-Banken: Kunden-/Hypothekarforderungen In-/Ausland

31.12.1999-31.12.2019



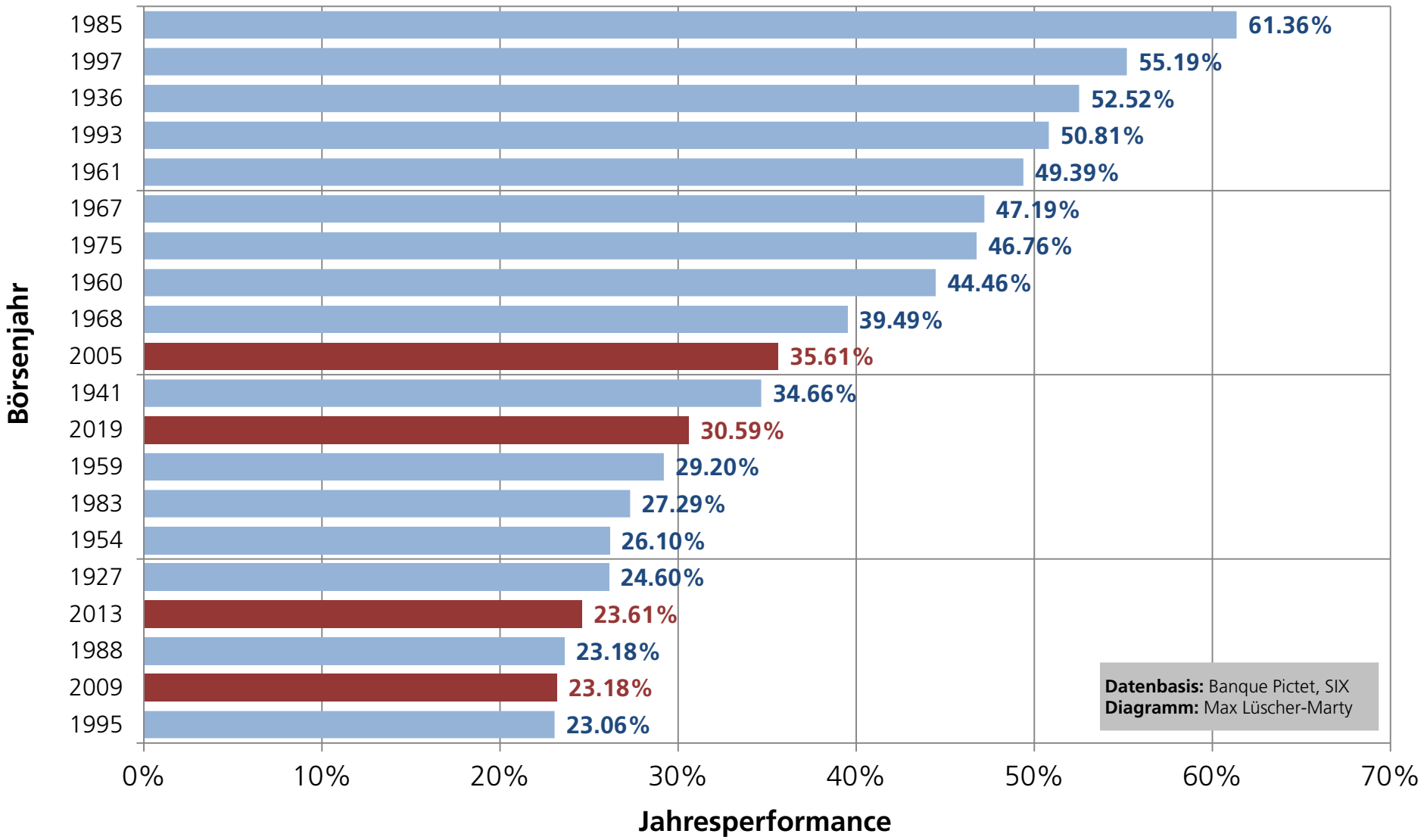
CH-Banken: Hypothekarforderungen Inland / Marktanteile

31.12.1999-31.12.2019 / inkl. Fremdwährungskredite



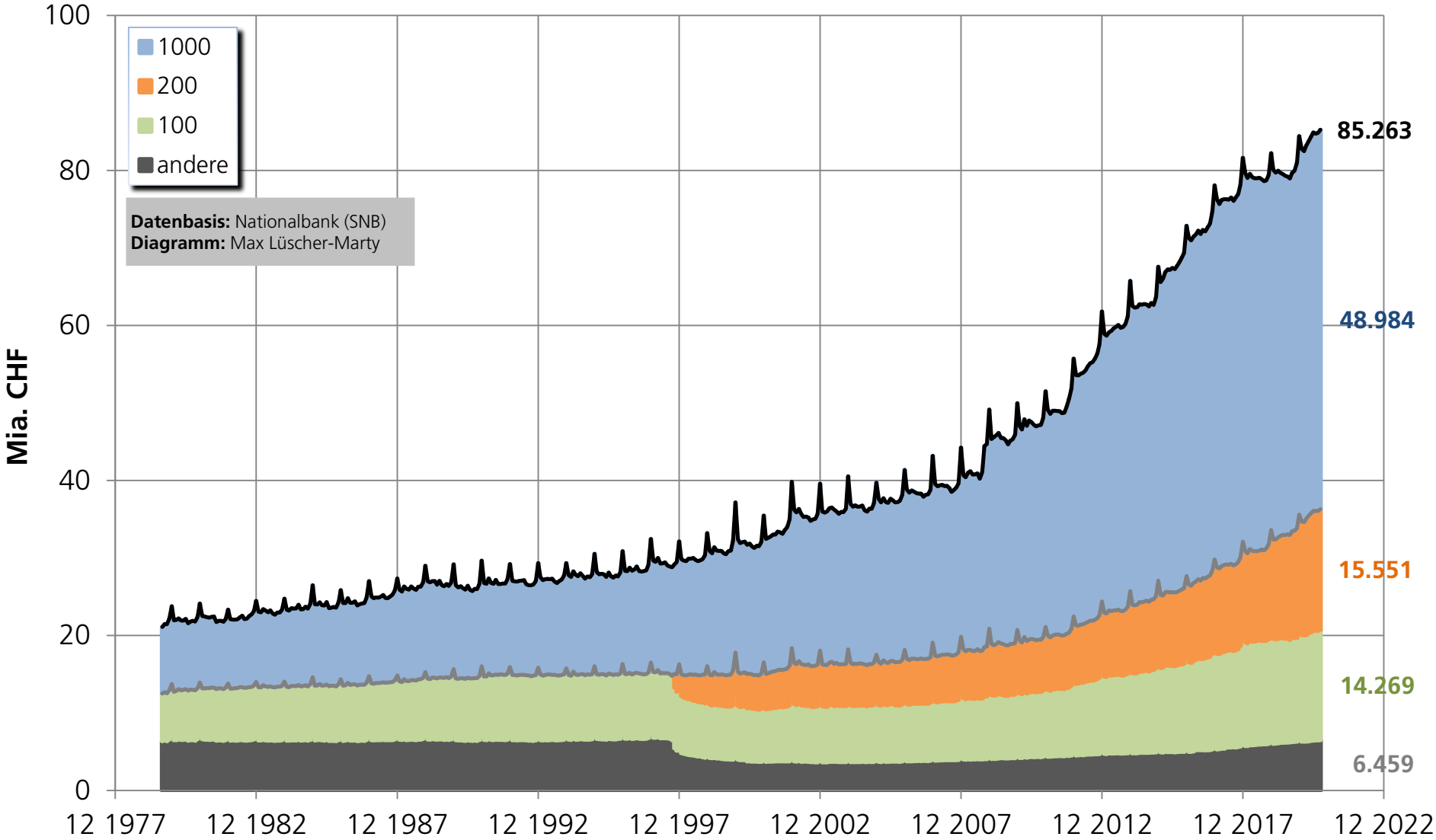
CH-Aktienmarkt 1926-2020

Die 20 besten Börsenjahre



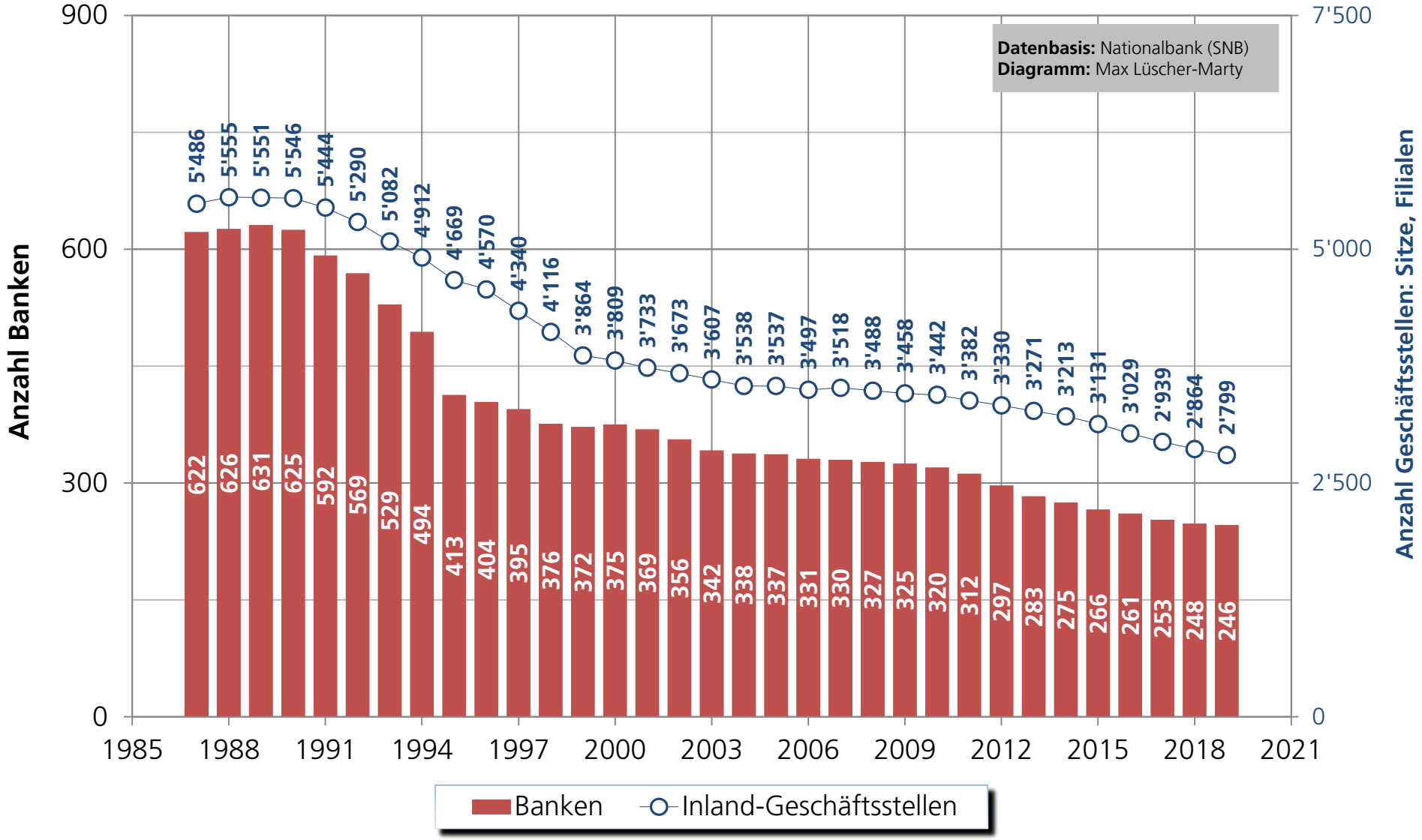
SNB: Notenumlauf

Monatsendwerte: 31.08.1978-30.09.2020



Banken in der Schweiz

Anzahl Banken/Geschäftsstellen: 1987-2019



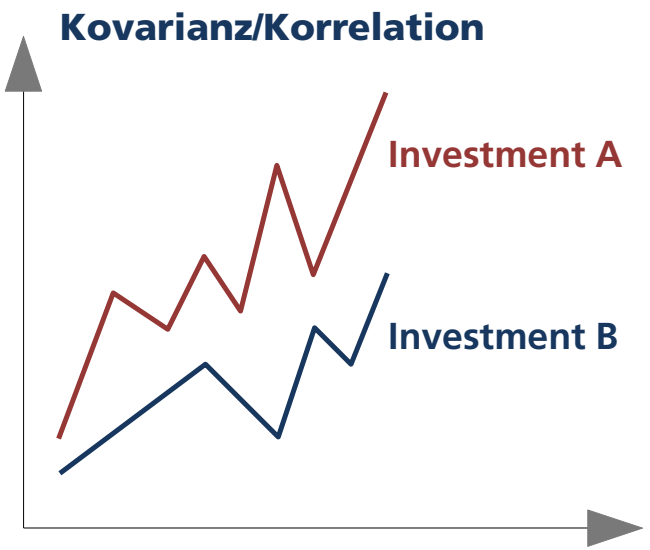
institut für **b**anken und **f**inanzplanung
Feldstrasse 41, 7205 Zizers
081 330 82 40, max.luescher@ibf-chur.ch
www.ibf-chur.ch

Diagramme

Grundlagen der Finanzmathematik/-statistik
Kompakte Einführung für Praxis und Studium
Max Lüscher-Marty
4., überarbeitete Auflage 2021
Compendio Bildungsmedien AG

Kapitel 6:
Statistik

Portfoliotheoretische Basiskennzahlen



Statistik

Beschreibende Statistik (deskriptive Statistik)

Daten sammeln

Daten aufbereiten

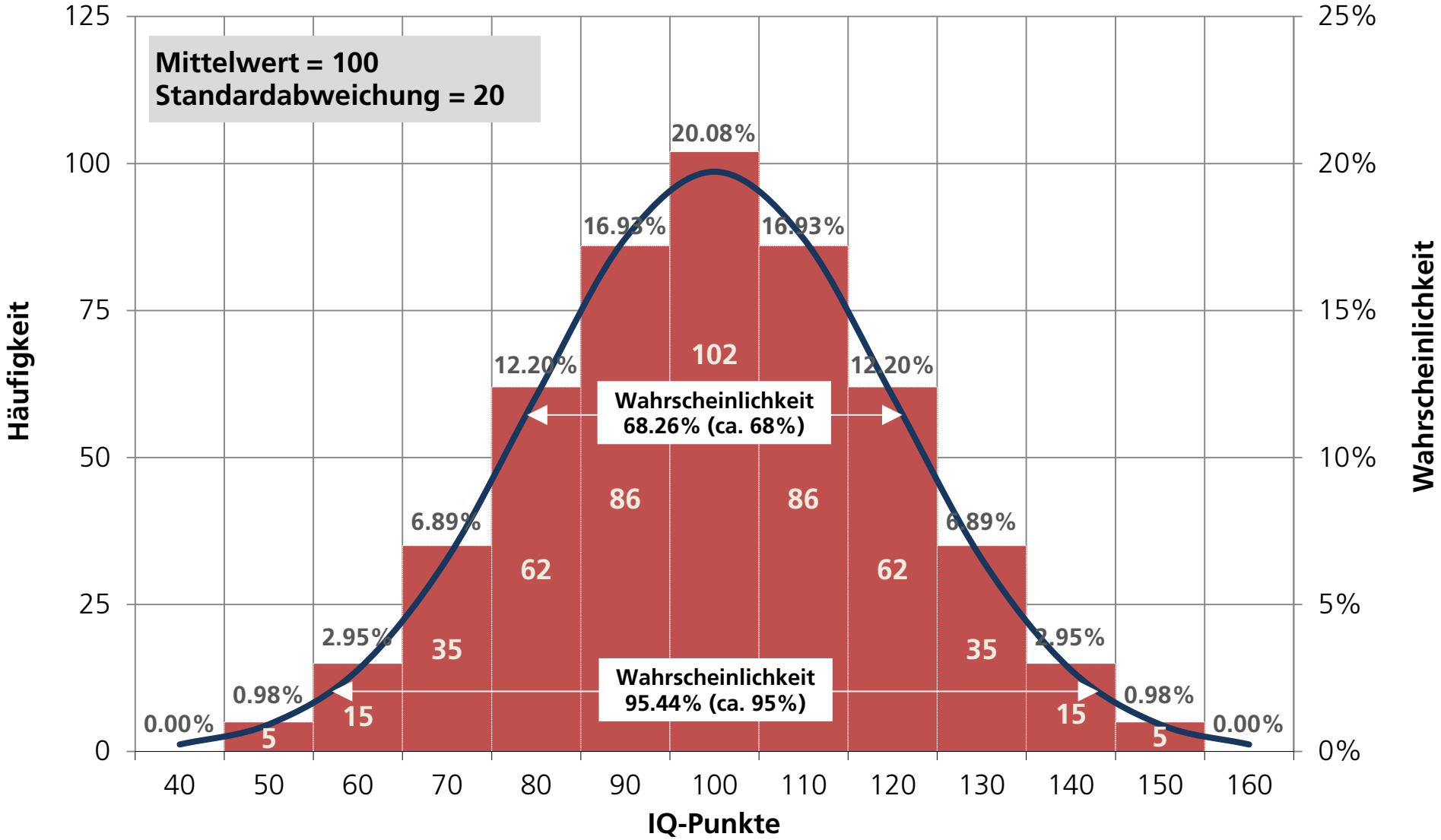
Daten präsentieren

Schliessende Statistik (analytische Statistik)

versucht, aufgrund vergleichsweise kleiner Datenmengen, allgemein gültige Aussagen abzuleiten, Trends zu erkennen oder Vorhersagen zu machen

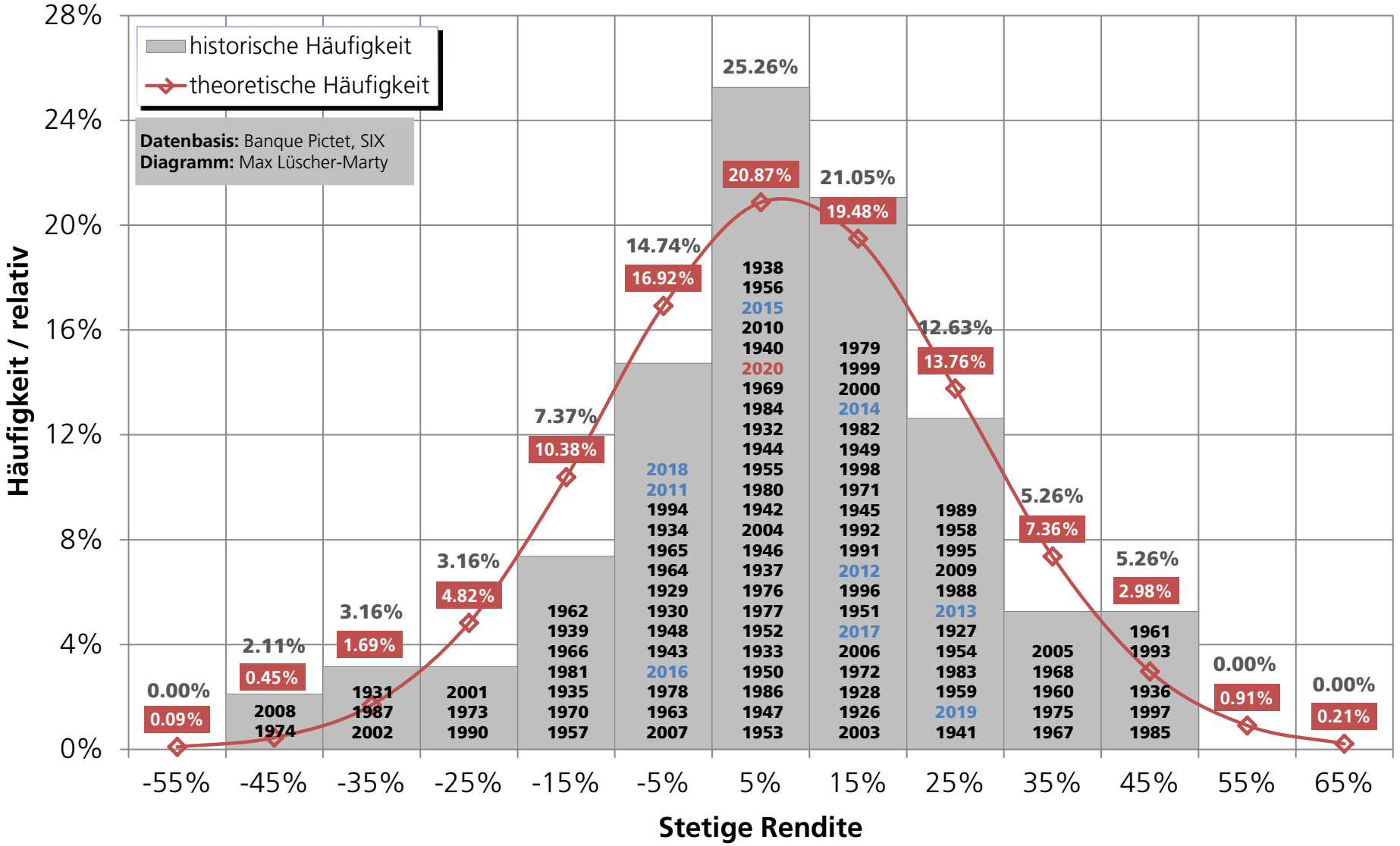
Histogramm mit Normalverteilungskurve

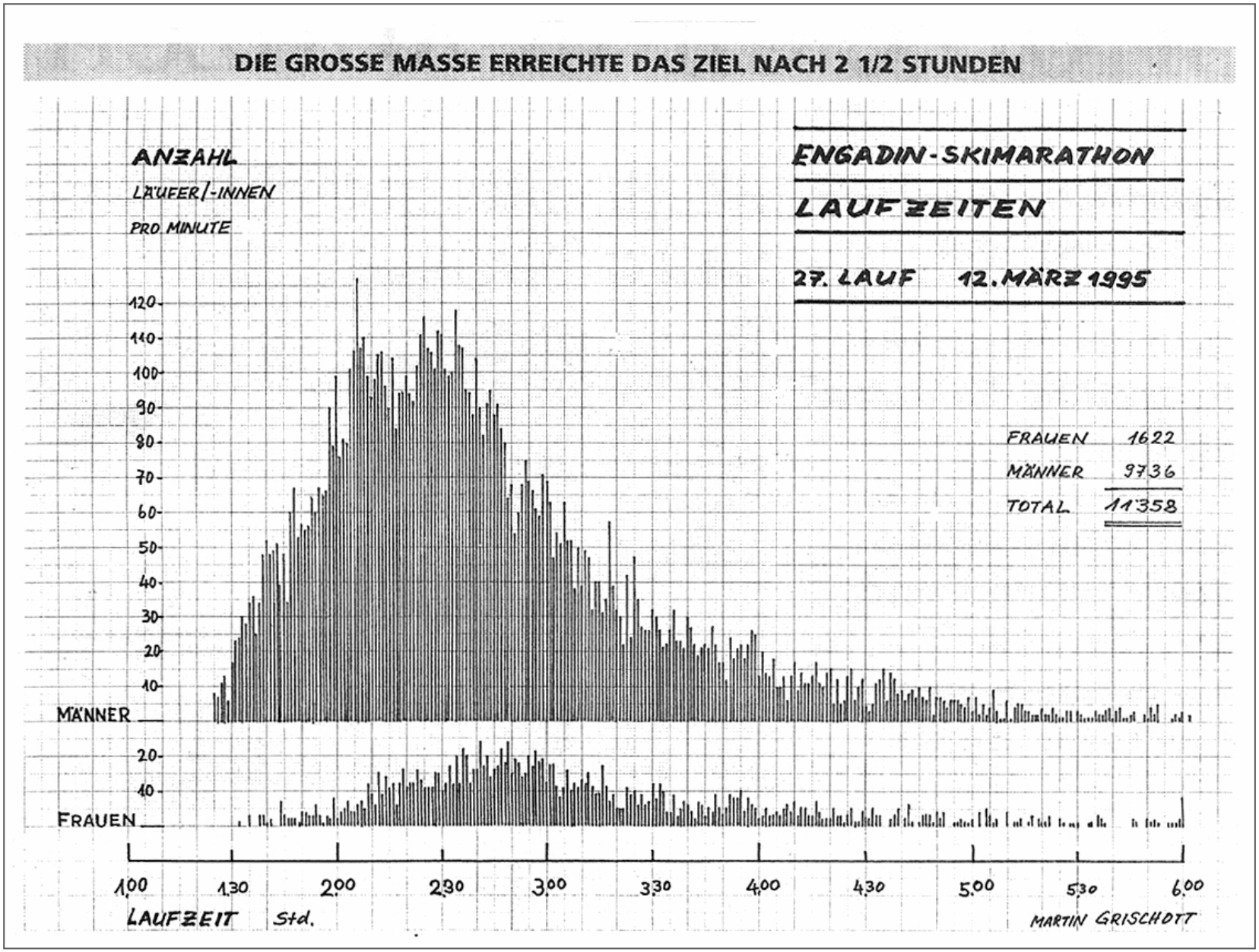
Beispiel: Intelligenztest mit 508 Probanden



Verteilung stetiger CH-Aktienrenditen: 1926-2020

Mittelwert = 7,53%, Standardabweichung = 18,72%




DIE GROSSE MASSE ERREICHTE DAS ZIEL NACH 2 1/2 STUNDEN
ANZAHL
LÄUFER/-INNEN
PRO MINUTE
ENGADIN-SKIMARATHON
LAUFZEITEN
27. LAUF 12. MÄRZ 1995
FRAUEN 1622
MÄNNER 9736
TOTAL 11'358
120
110
100
90
80
70
60
50
40
30
20
10
MÄNNER
20
40
FRAUEN
1.00
1.30
2.00
2.30
3.00
3.30
4.00
4.30
5.00
5.30
6.00
LAUFZEIT Std.
MARTIN GRISCHOTT

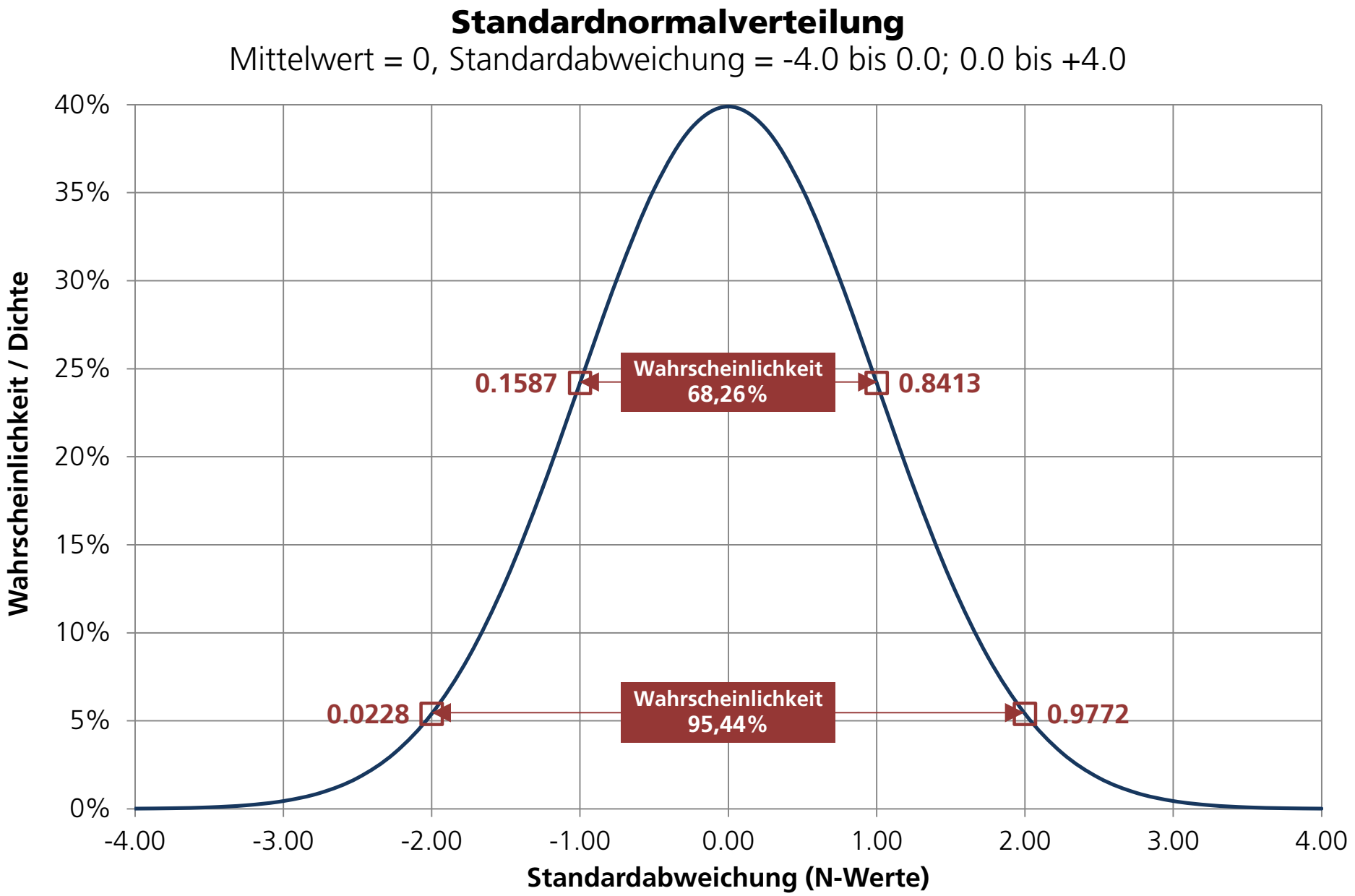
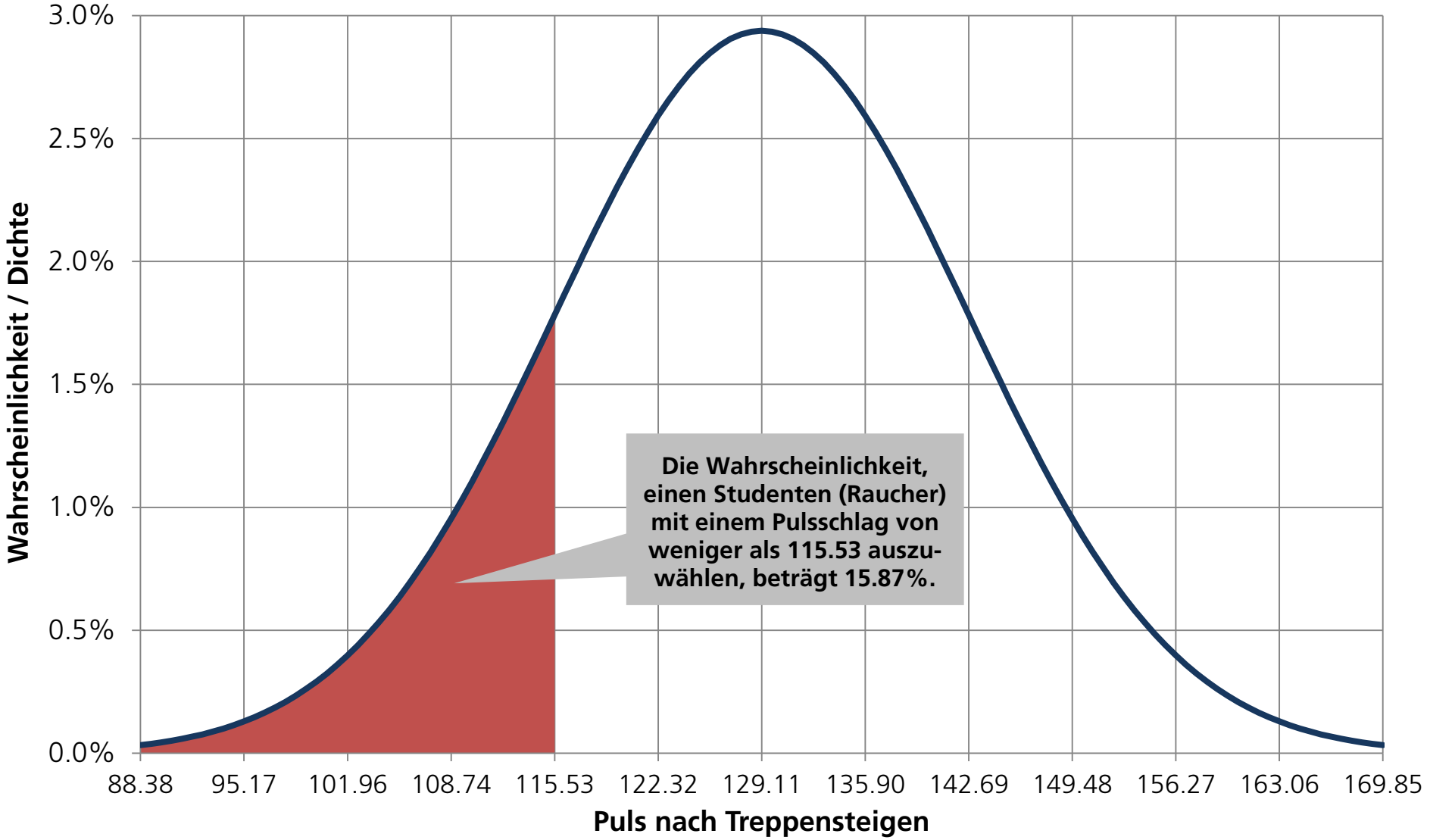

Standardnormalverteilung
Mittelwert = 0, Standardabweichung = -4.0 bis 0.0; 0.0 bis +4.0
Wahrscheinlichkeit / Dichte
40%
35%
30%
25%
20%
15%
10%
5%
0%
-4.00
-3.00
-2.00
-1.00
0.00
1.00
2.00
3.00
4.00
Standardabweichung (N-Werte)
0.1587
Wahrscheinlichkeit
68,26%
0.8413
0.0228
Wahrscheinlichkeit
95,44%
0.9772

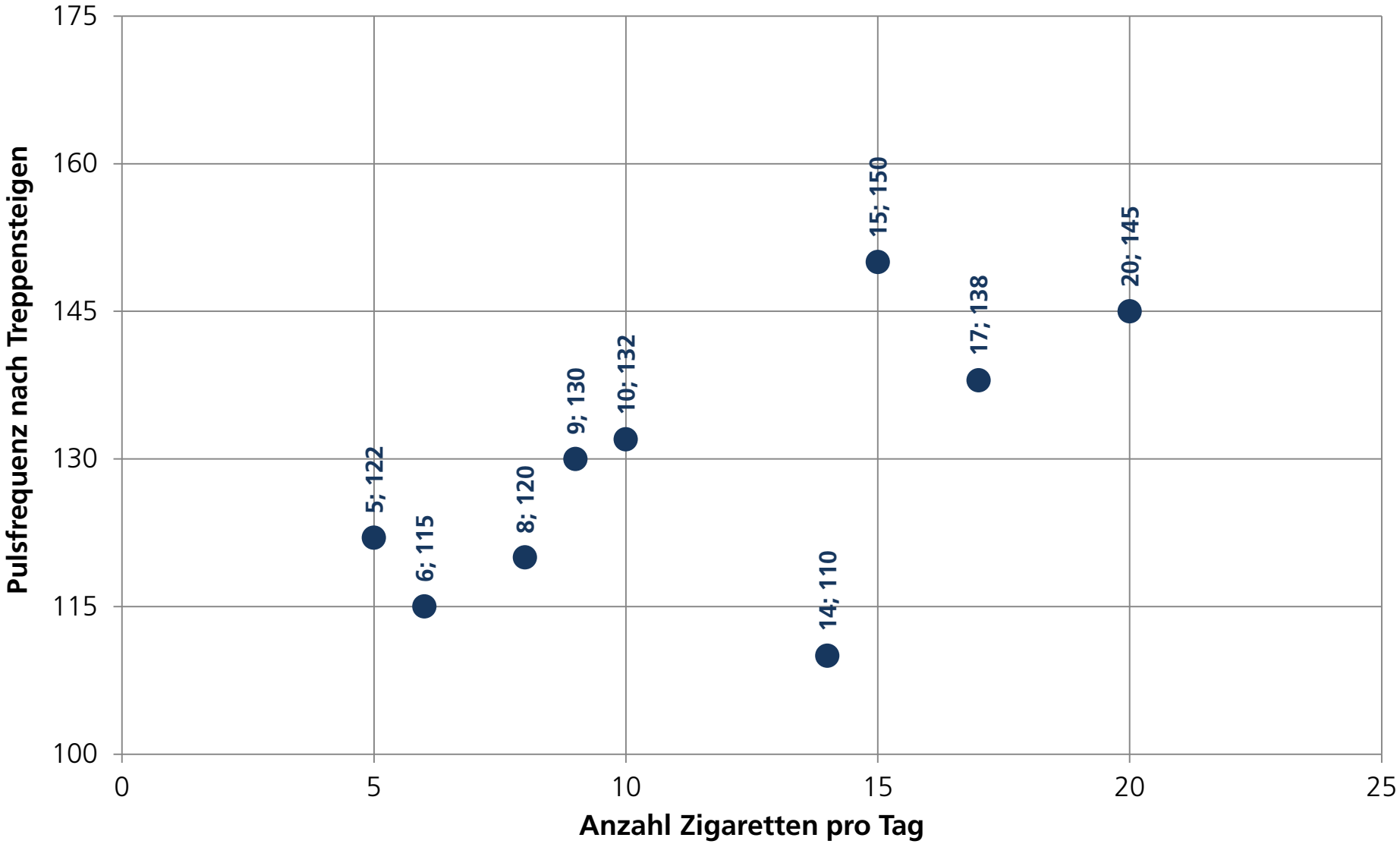
Diagramm Normalverteilung

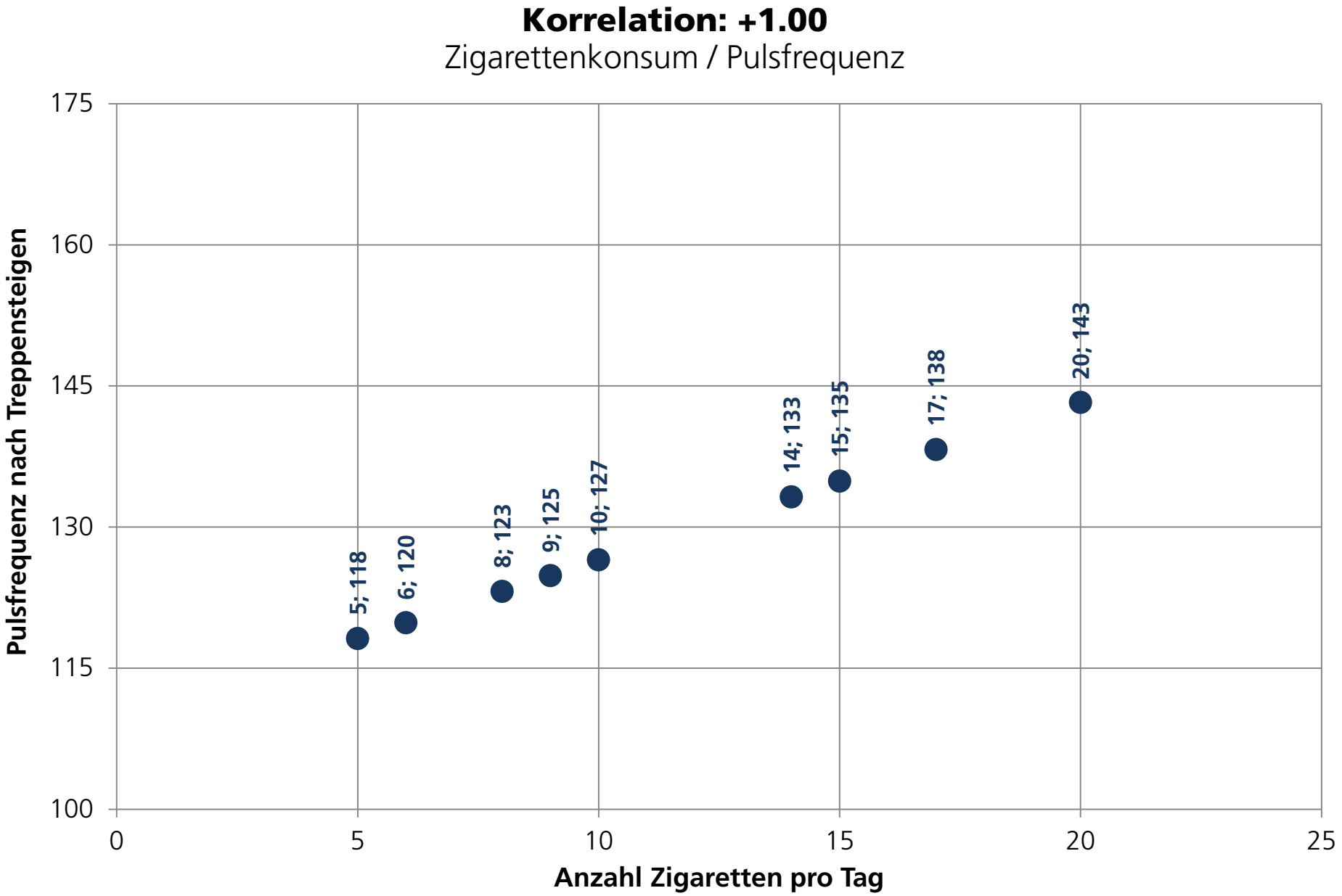
Puls nach Treppensteigen

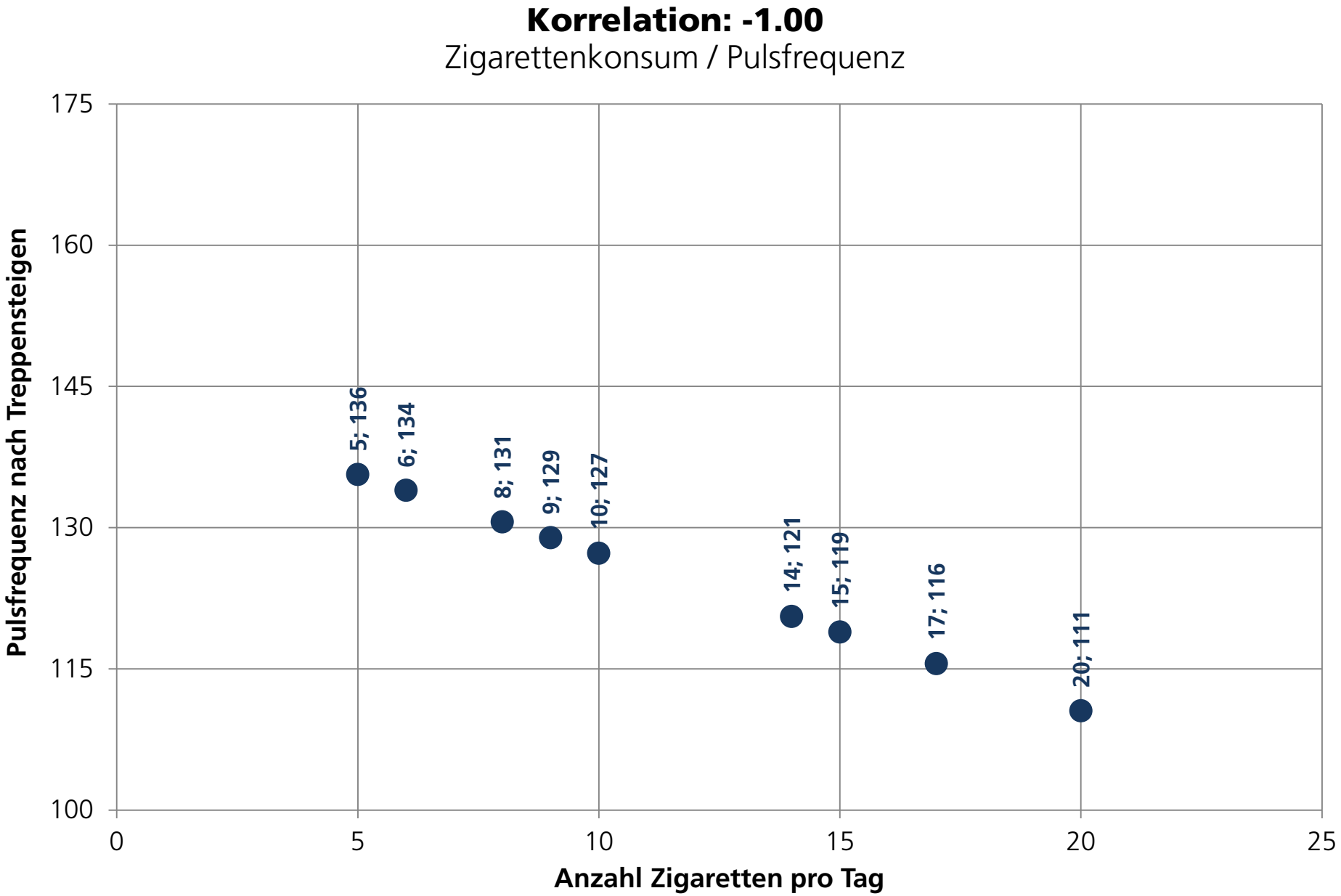


Streudiagramm

Zigarettenkonsum / Pulsfrequenz

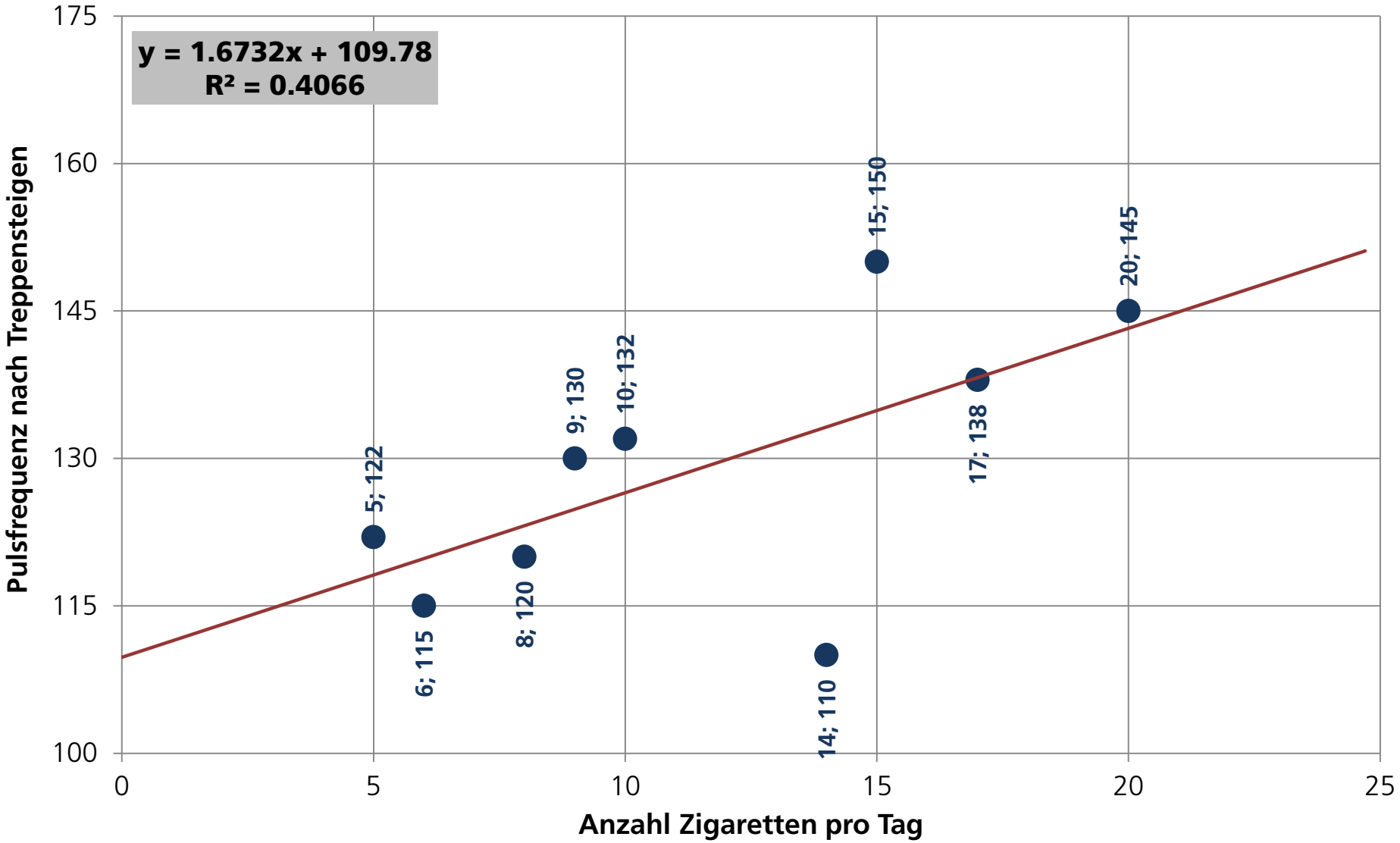



Korrelation: +1.00
Zigarettenkonsum / Pulsfrequenz
Pulsfrequenz nach Treppensteigen
175
160
145
130
115
100
0
5
10
15
20
25
Anzahl Zigaretten pro Tag
5; 118
6; 120
8; 123
9; 125
10; 127
14; 133
15; 135
17; 138
20; 143


Korrelation: -1.00
Zigarettenkonsum / Pulsfrequenz
Pulsfrequenz nach Treppensteigen
175
160
145
130
115
100
0
5
10
15
20
25
Anzahl Zigaretten pro Tag
5; 136
6; 134
8; 131
9; 129
10; 127
14; 121
15; 119
17; 116
20; 111

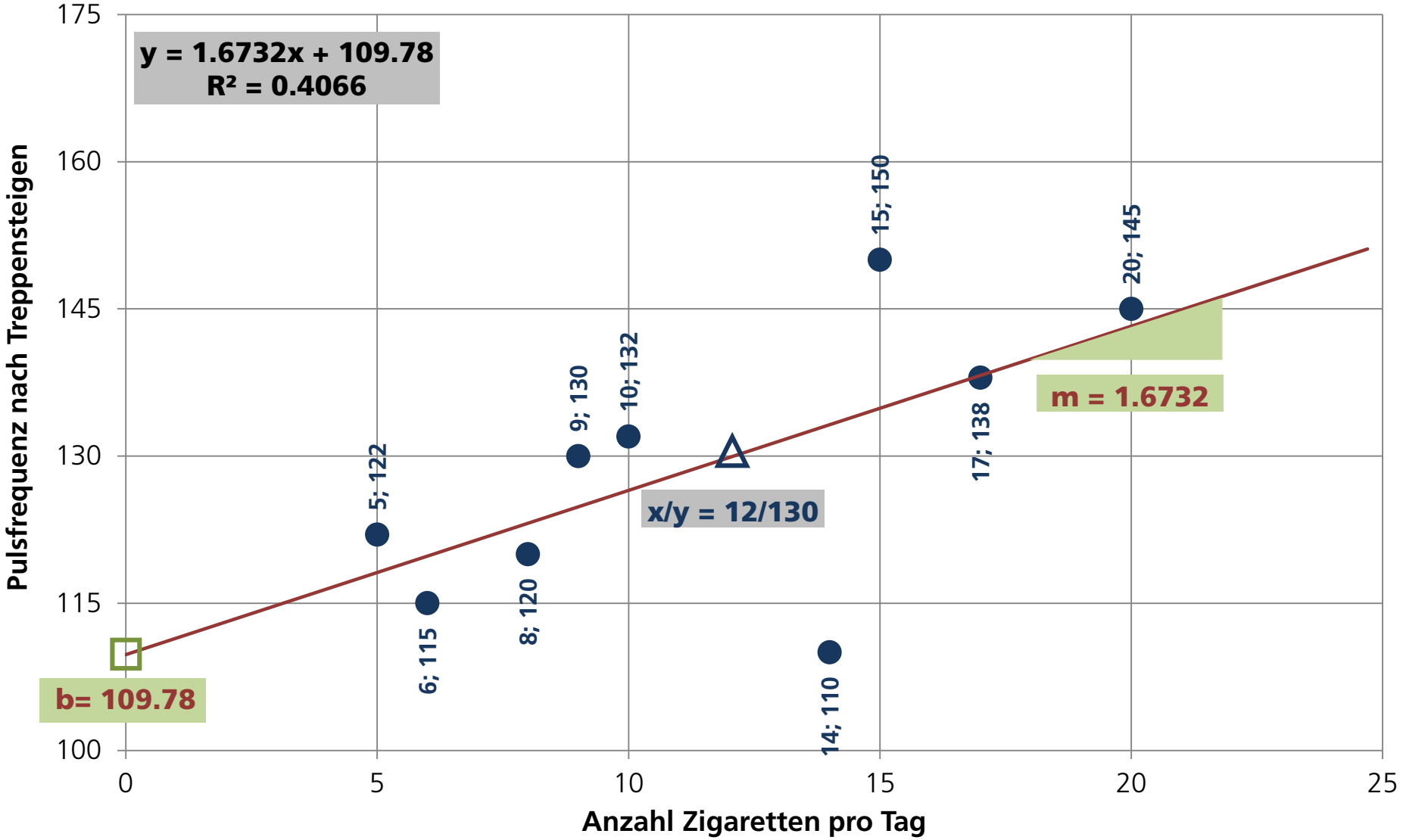
Regressionsgerade/Trendlinie

Zigarettenkonsum / Pulsfrequenz



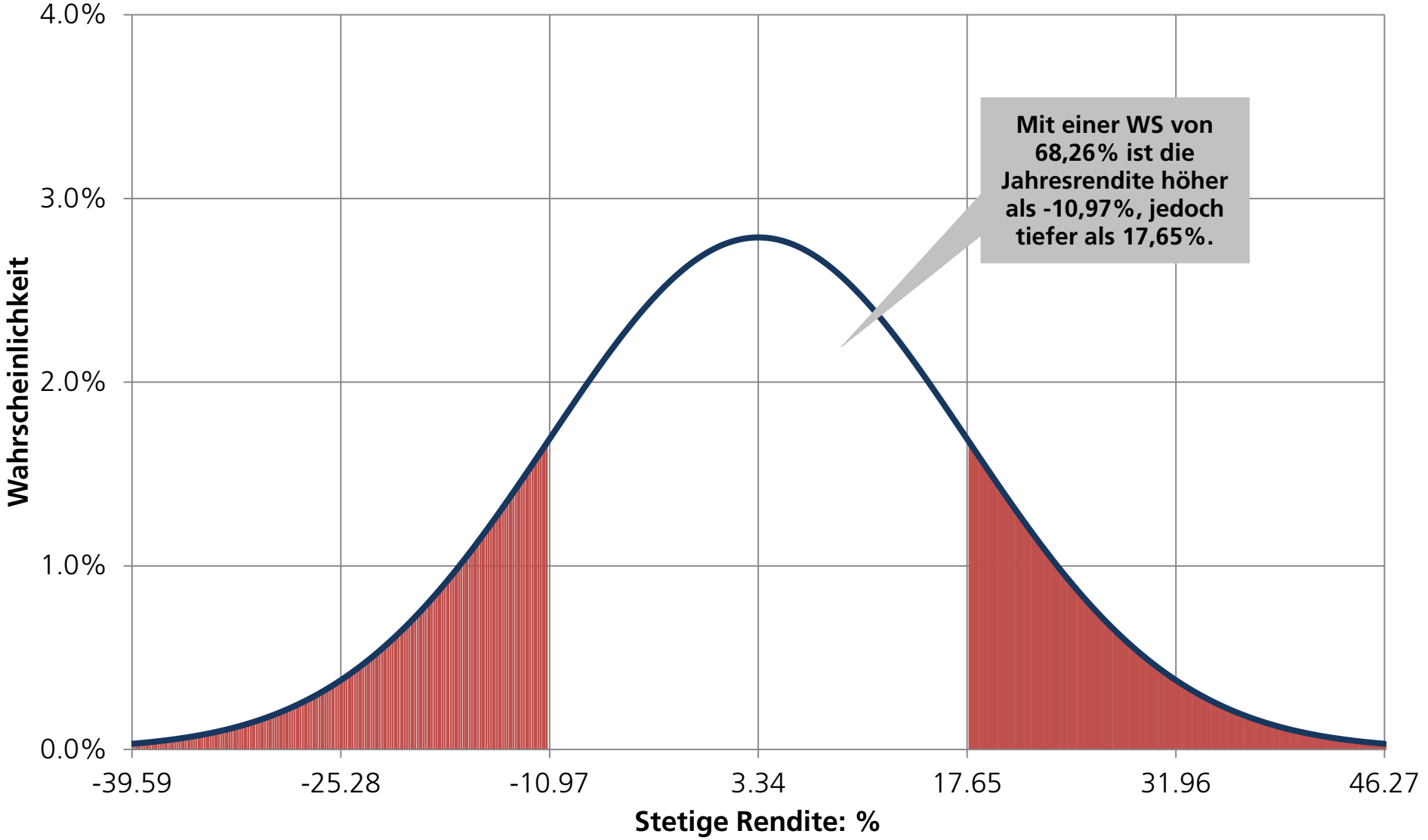
Regressionsgerade/Trendlinie

Zigarettenkonsum / Pulsfrequenz



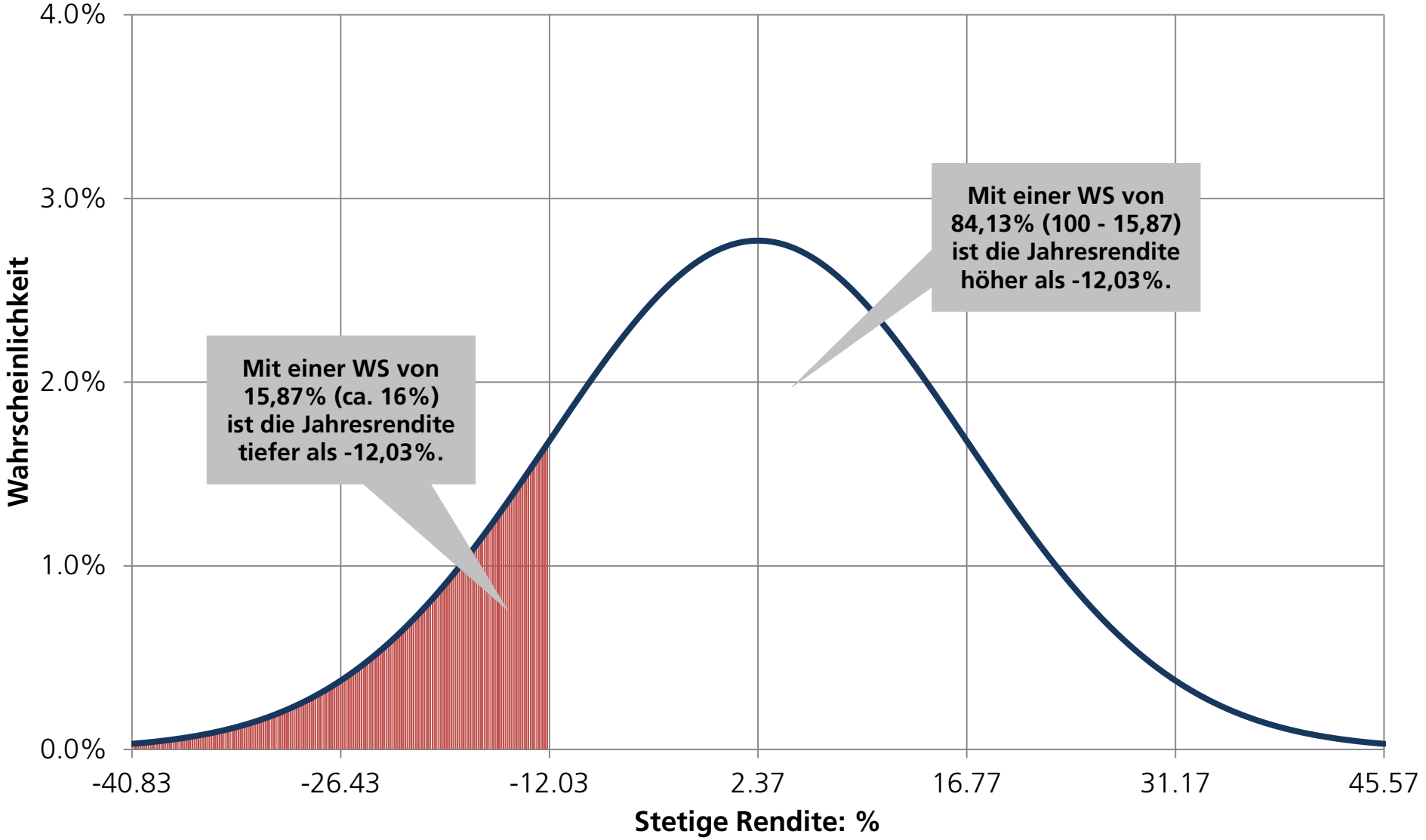
SMI: Normalverteilungsfunktion

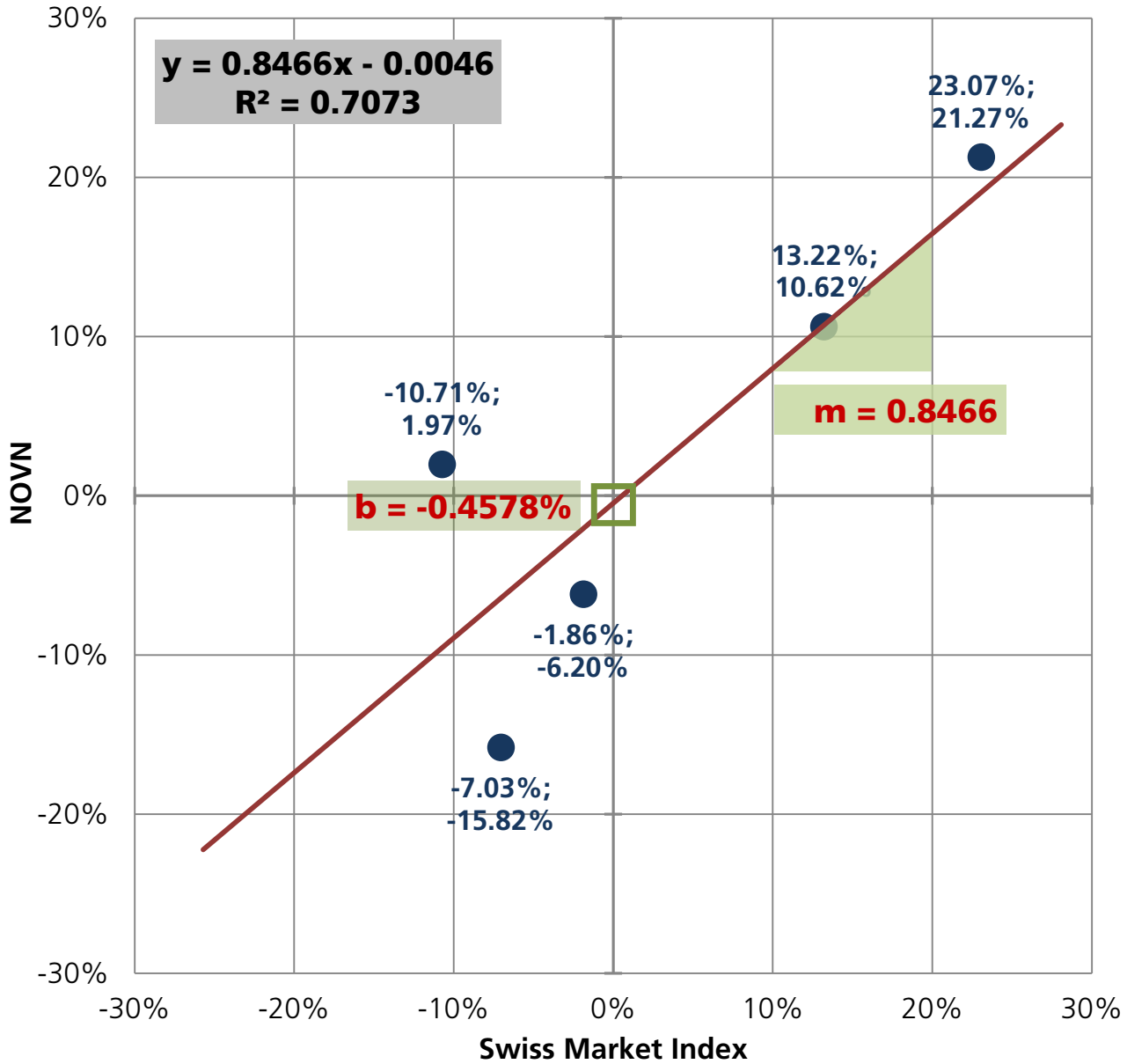
Jahresrendite (Mittelwert) = 3,34%, Standardabweichung = 14,31%



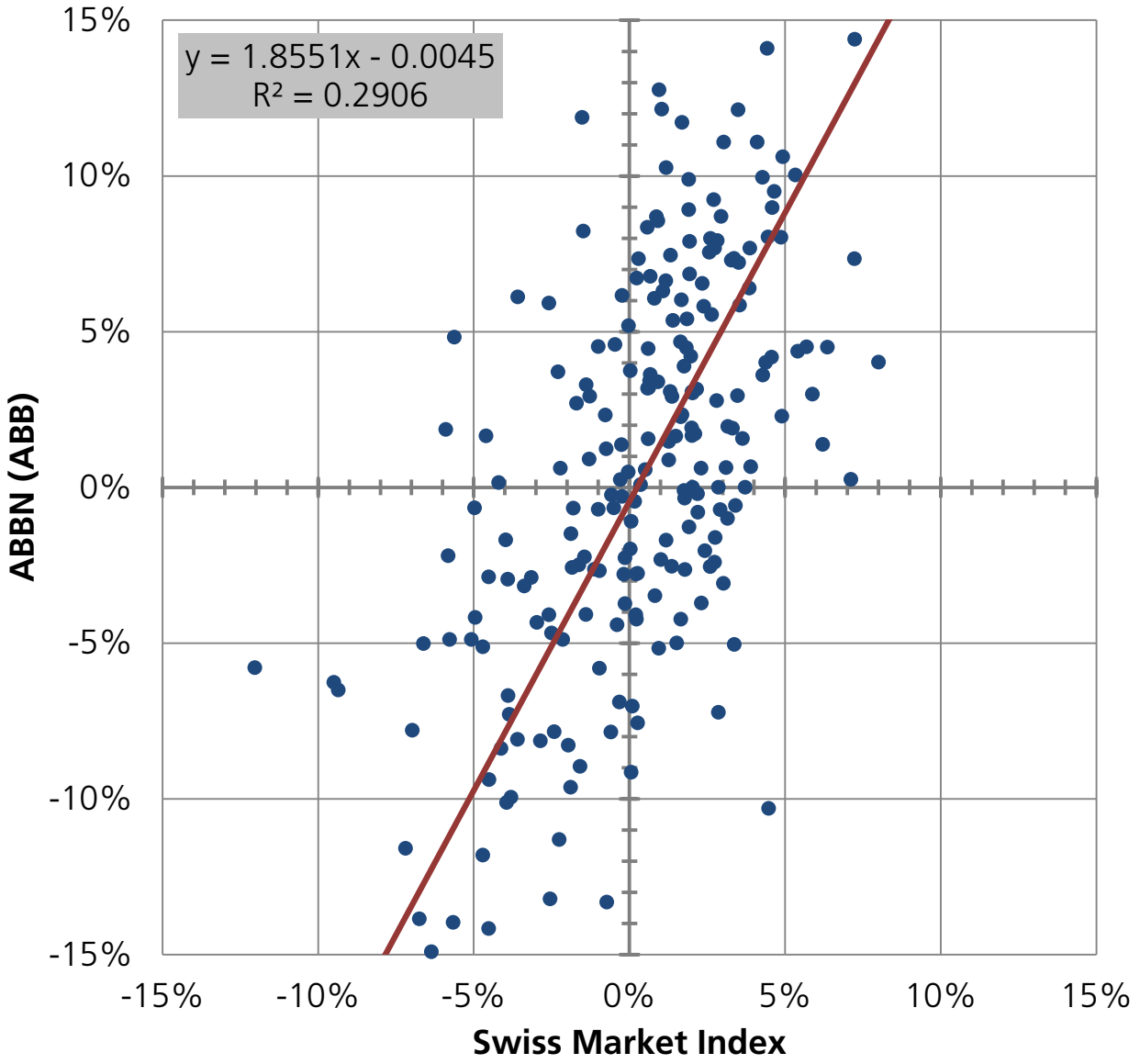
NOVN: Normalverteilungsfunktion

Jahresrendite (Mittelwert) = 2,37%, Standardabweichung = 14,40%

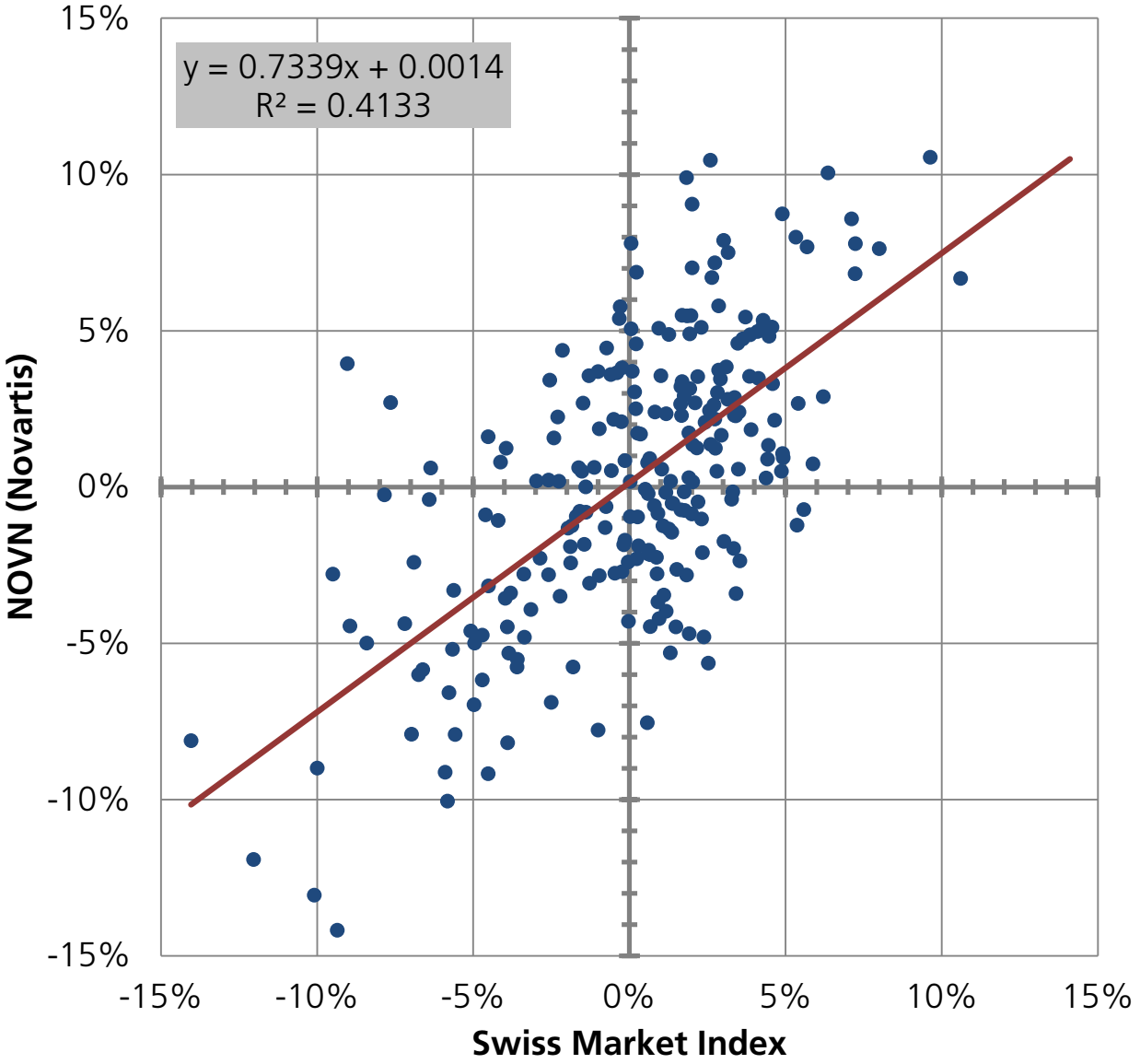



y = 0.8466x - 0.0046
R² = 0.7073
23.07%;
21.27%
13.22%;
10.62%
m = 0.8466
-10.71%;
1.97%
b = -0.4578%
-1.86%;
-6.20%
-7.03%;
-15.82%
NOVN
Swiss Market Index
30%
20%
10%
0%
-10%
-20%
-30%
-30%
-20%
-10%
0%
10%
20%
30%

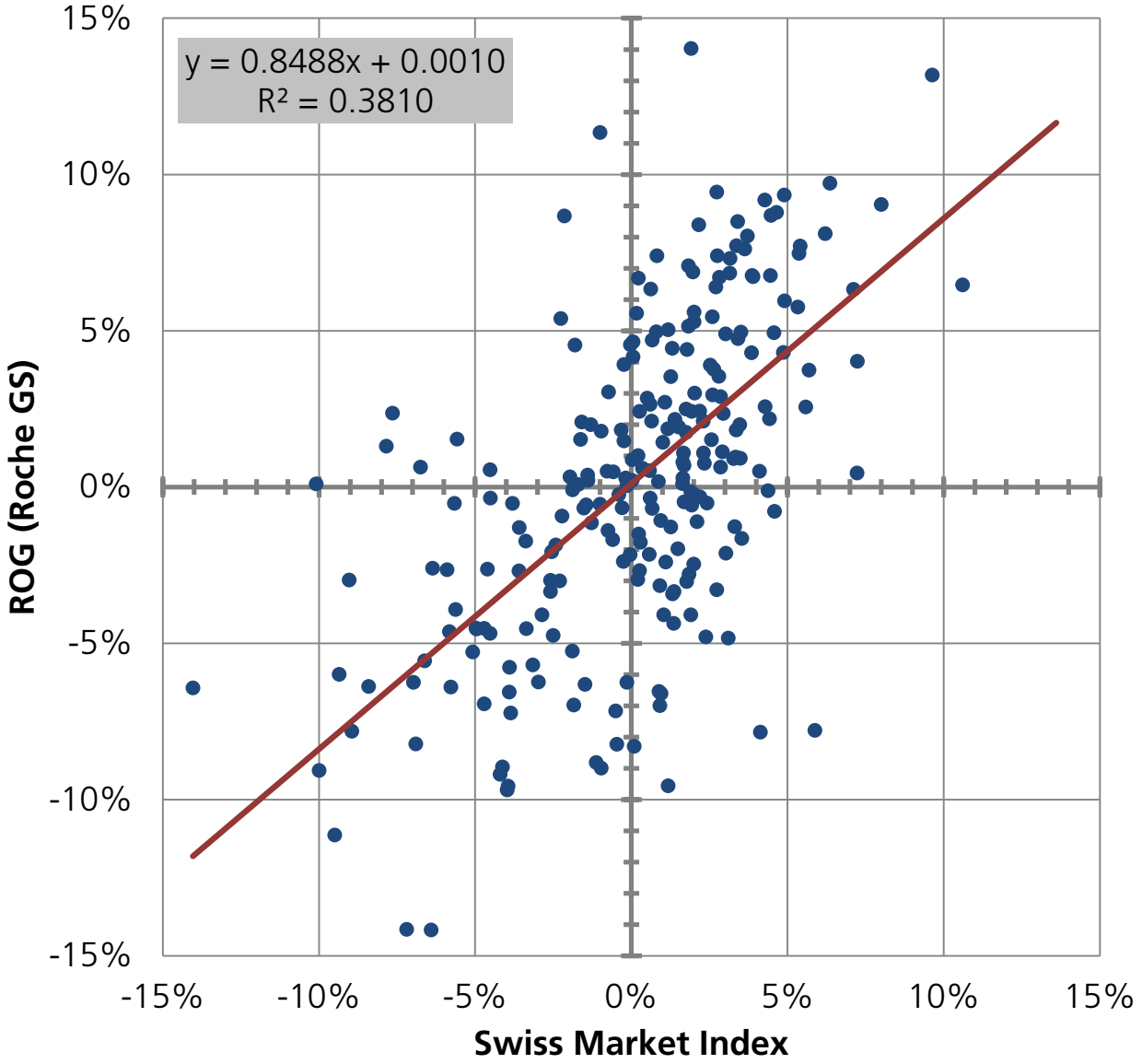
ABBN/SMI 1999/2019: Beta, Alpha, R2



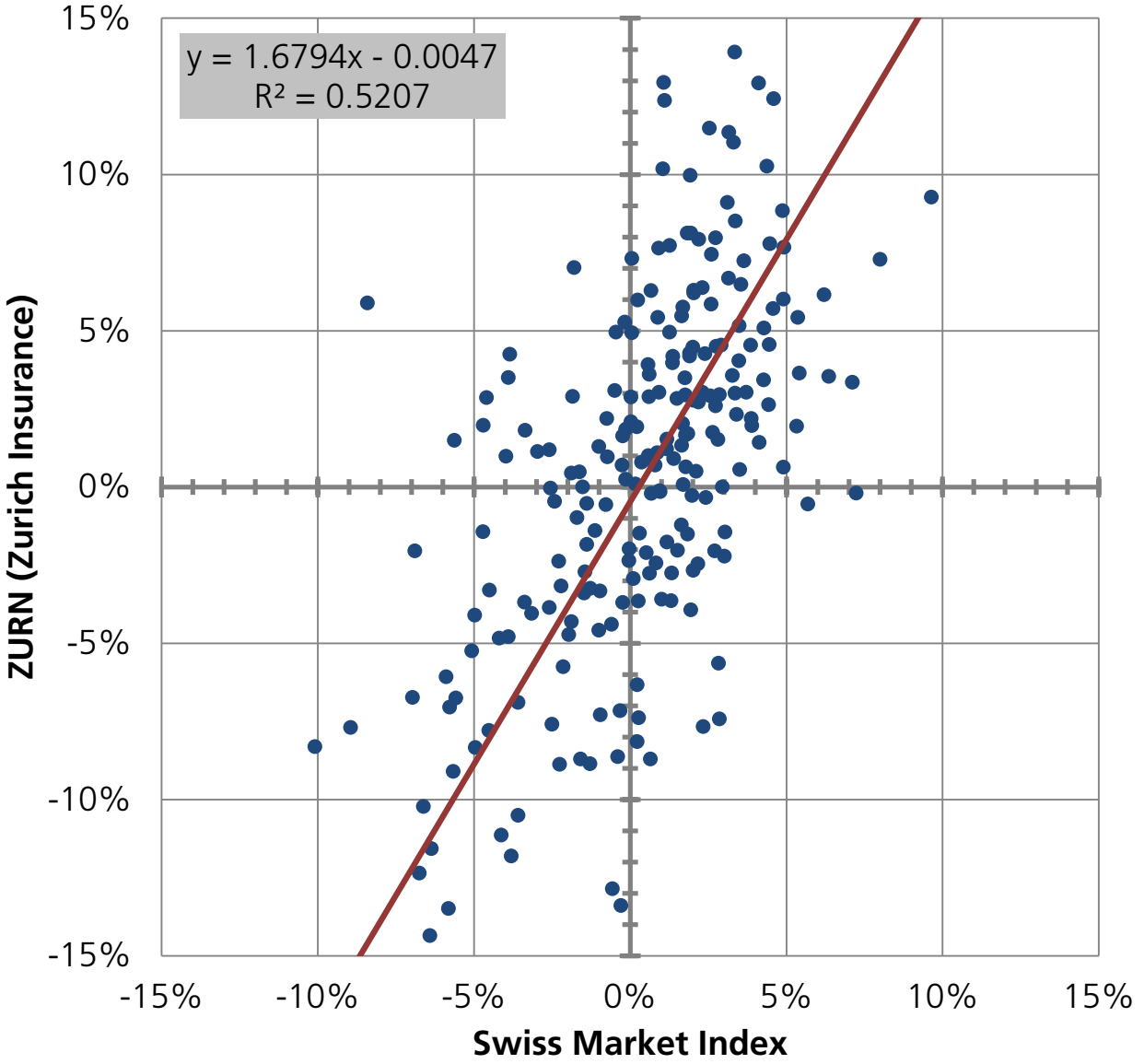
NOVN/SMI 1999/2019: Beta, Alpha, R2

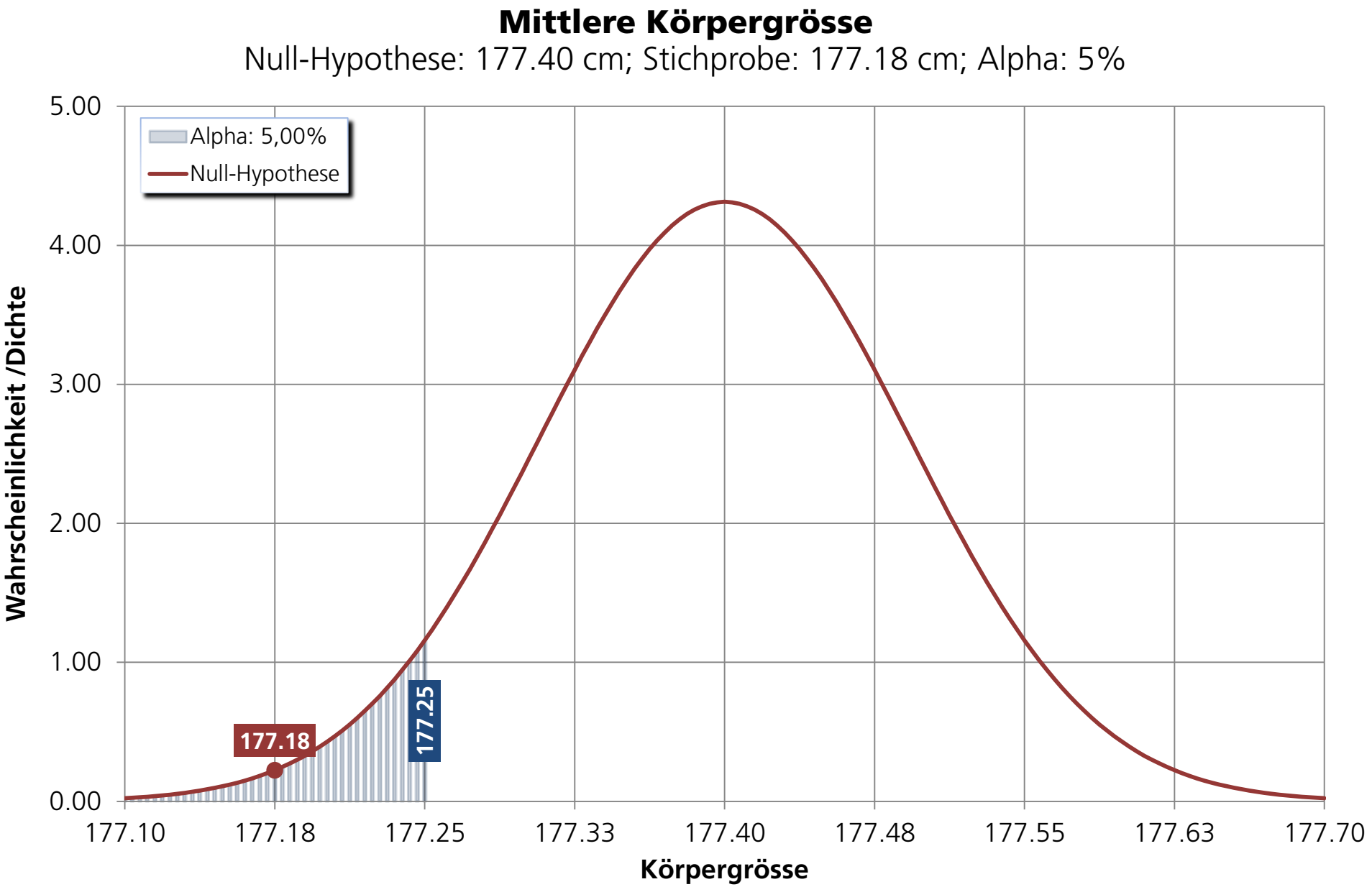


ROG/SMI 1999/2019: Beta, Alpha, R2



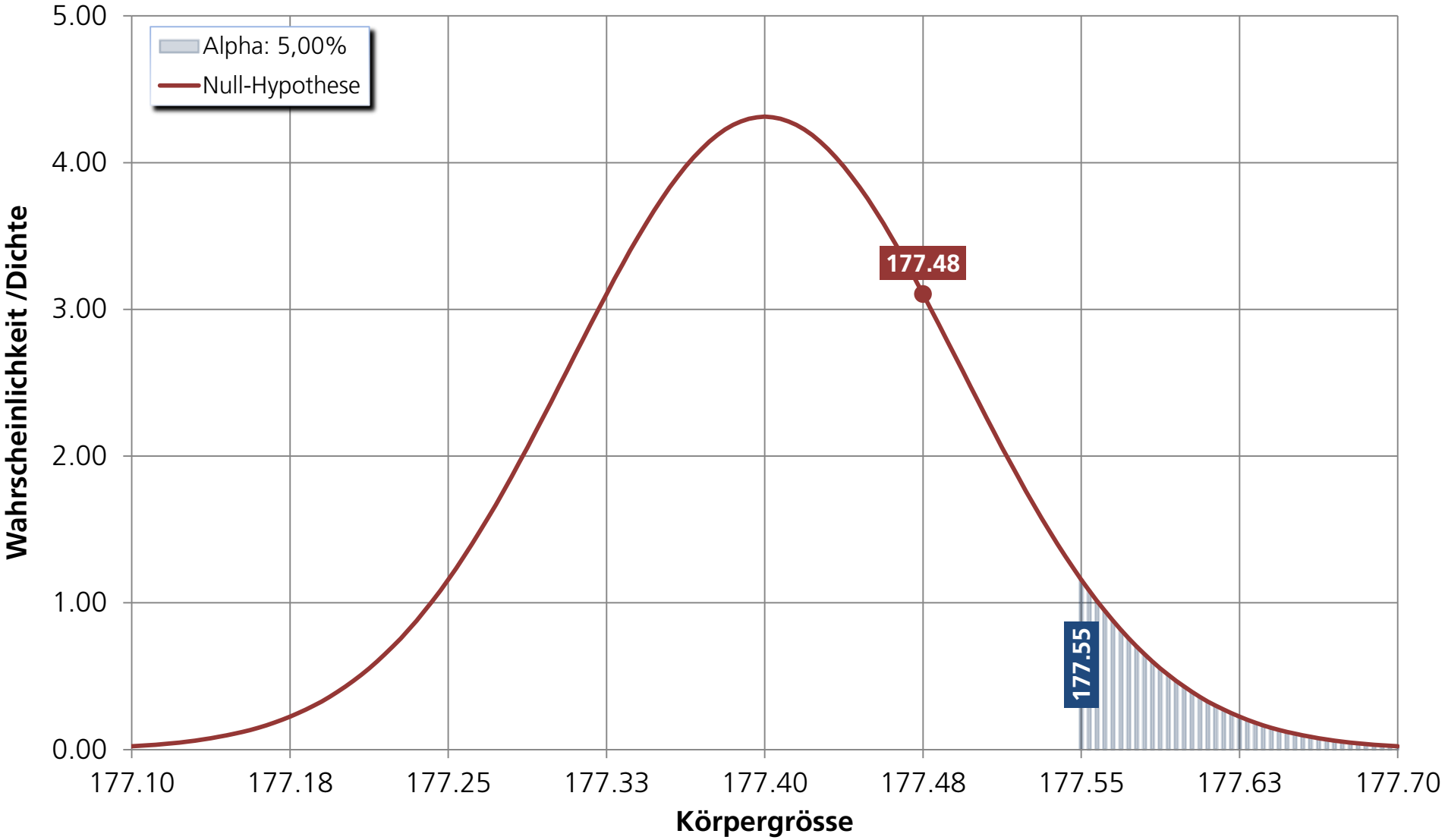
ZURN/SMI 1999/2019: Beta, Alpha, R2




Mittlere Körpergrösse
Null-Hypothese: 177.40 cm; Stichprobe: 177.18 cm; Alpha: 5%
Alpha: 5,00%
Null-Hypothese
5.00
4.00
3.00
2.00
1.00
0.00
Wahrscheinlichkeit /Dichte
177.18
177.25
177.10
177.18
177.25
177.33
177.40
177.48
177.55
177.63
177.70
Körpergrösse

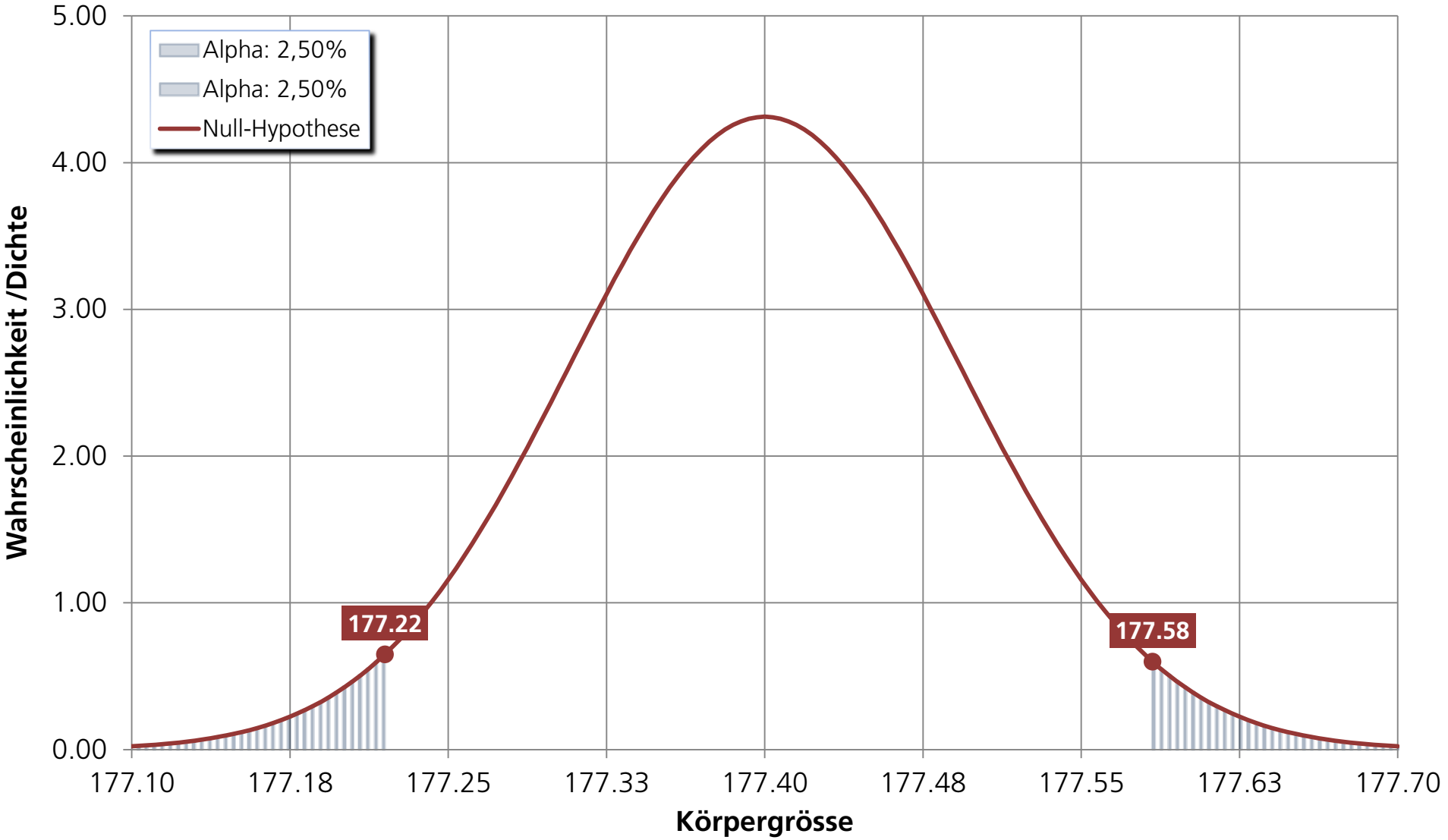
Mittlere Körpergrösse

Null-Hypothese: 177.4 cm; Stichprobe 177.48 cm; Alpha: 5%



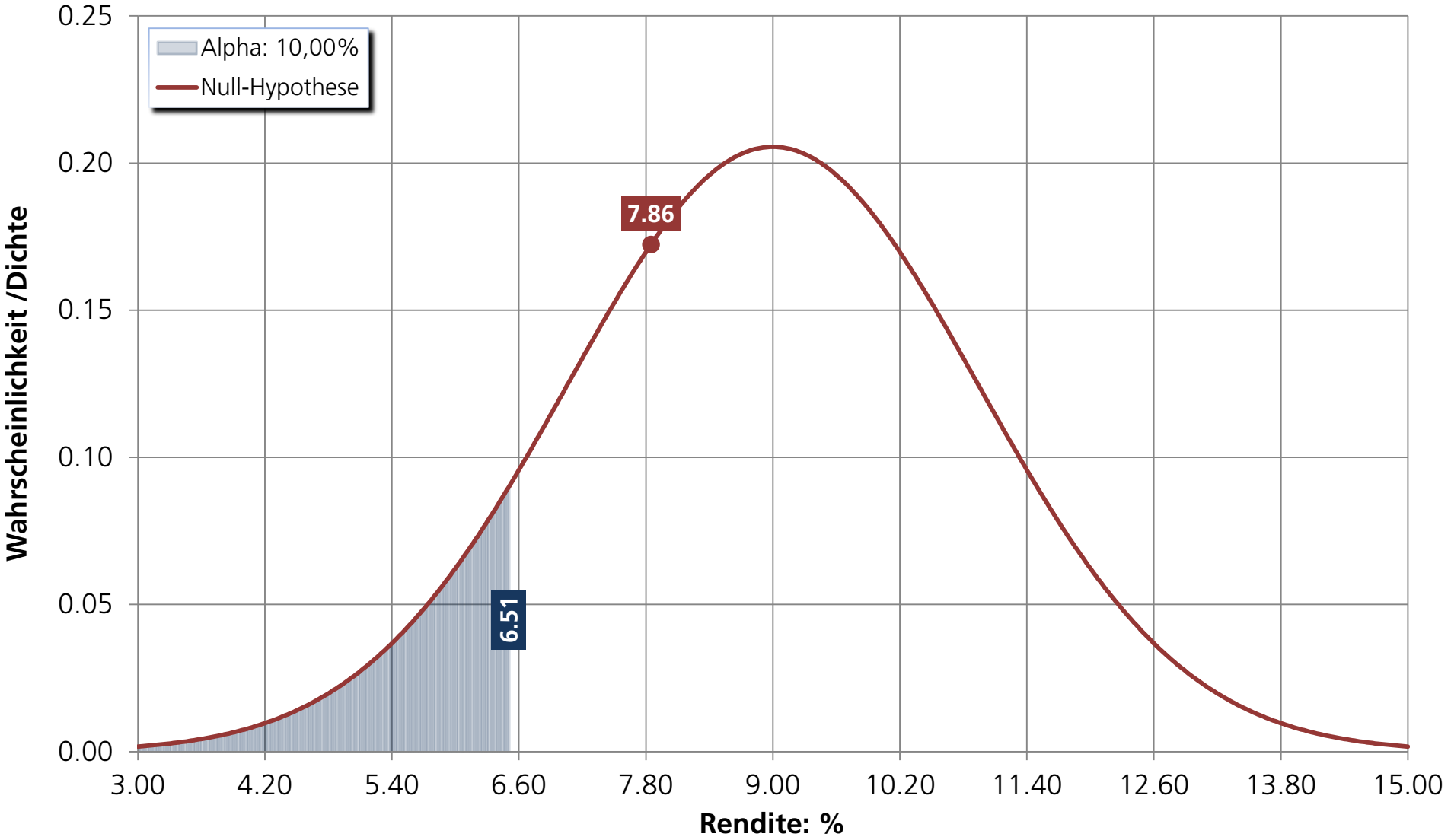
Mittlere Körpergrösse

Null-Hypothese: 177.4 cm; Signifikanzniveau: 5%



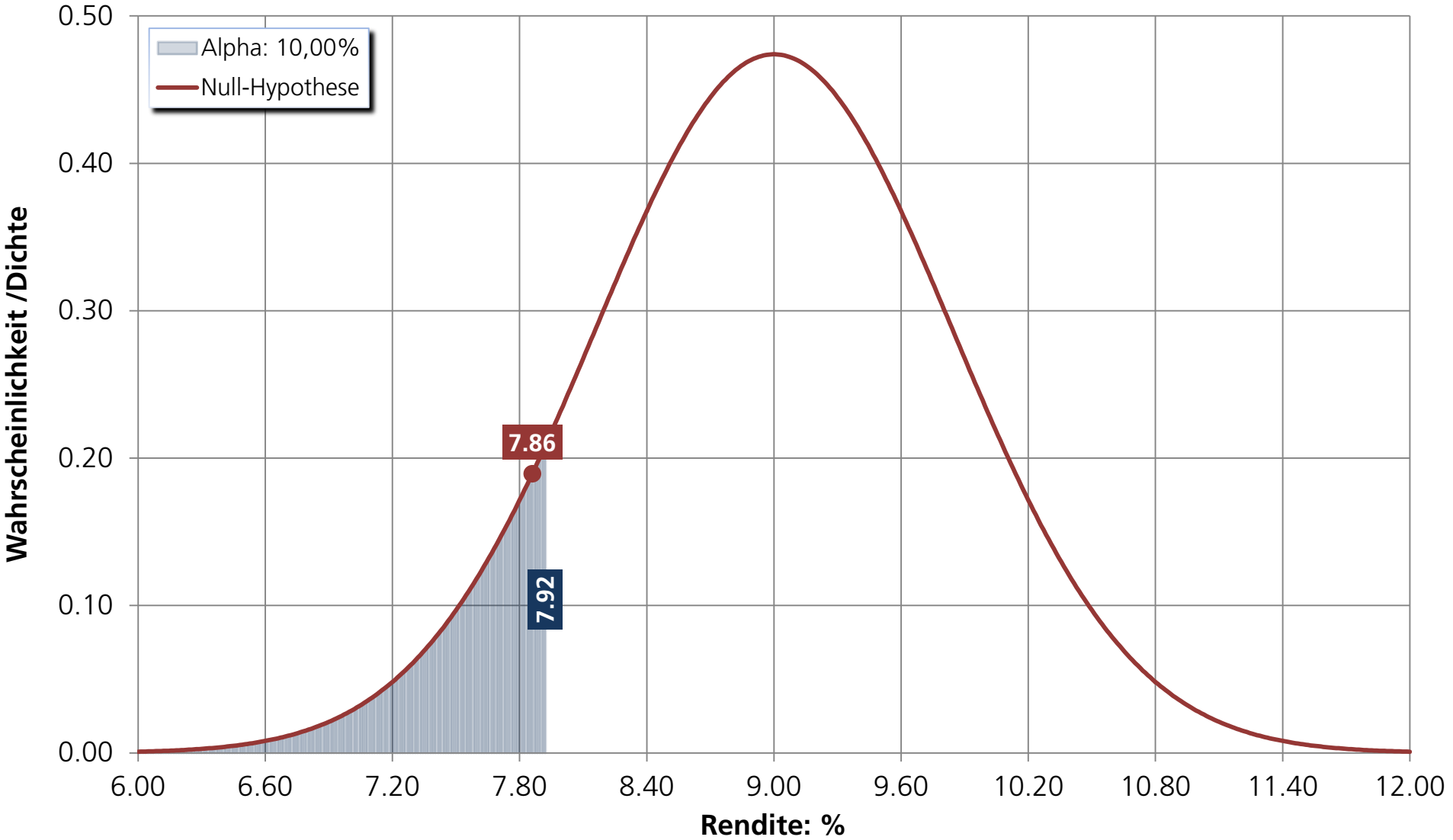
CH-Aktienmarktrendite

Null-Hypothese: 9,00%; Stichprobe (94 Jahre): 7,86%; Alpha: 10%



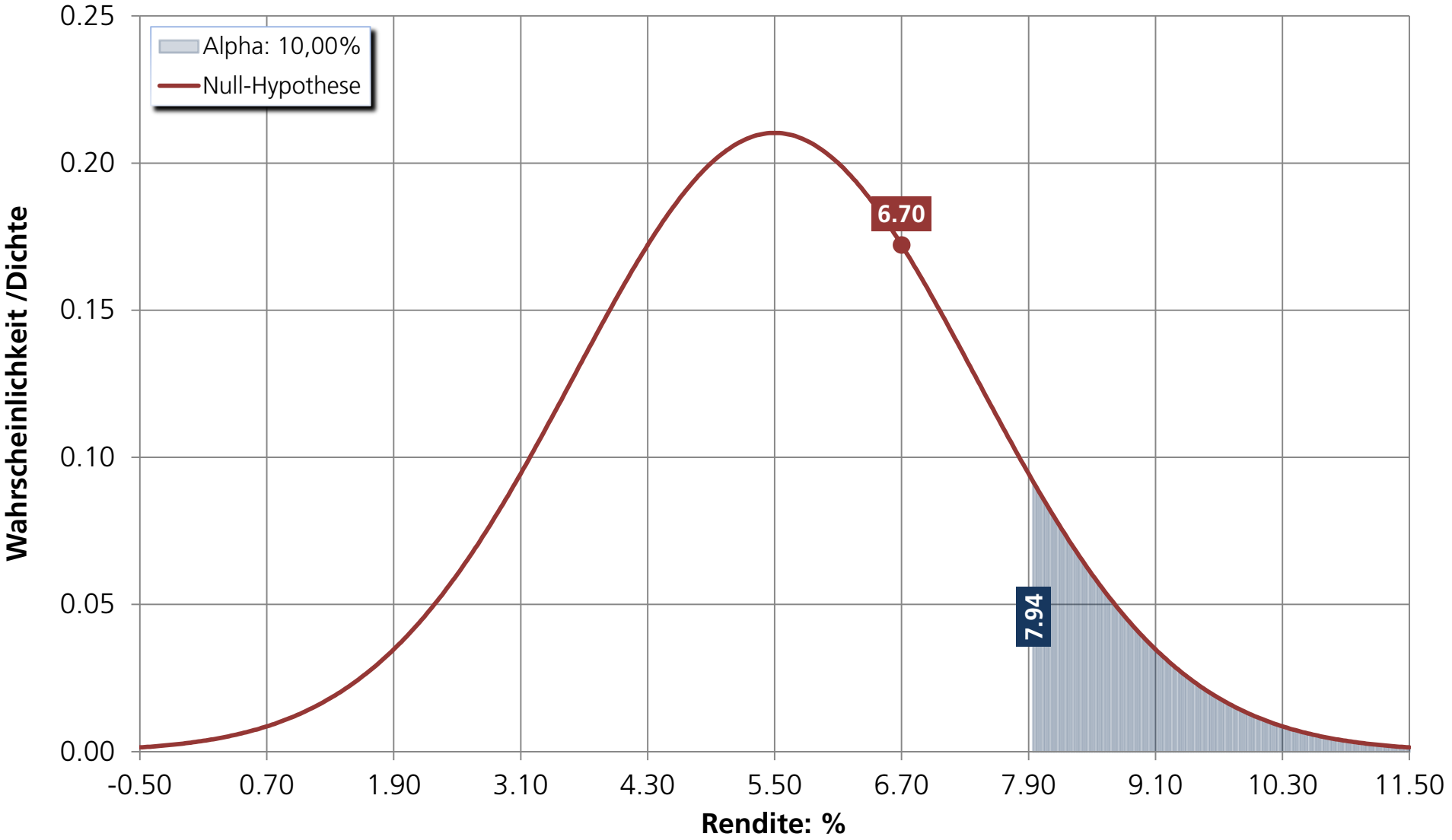
CH-Aktienmarktrendite

Null-Hypothese: 9,00%; Stichprobe (500 Jahre): 7,86%; Alpha: 10%

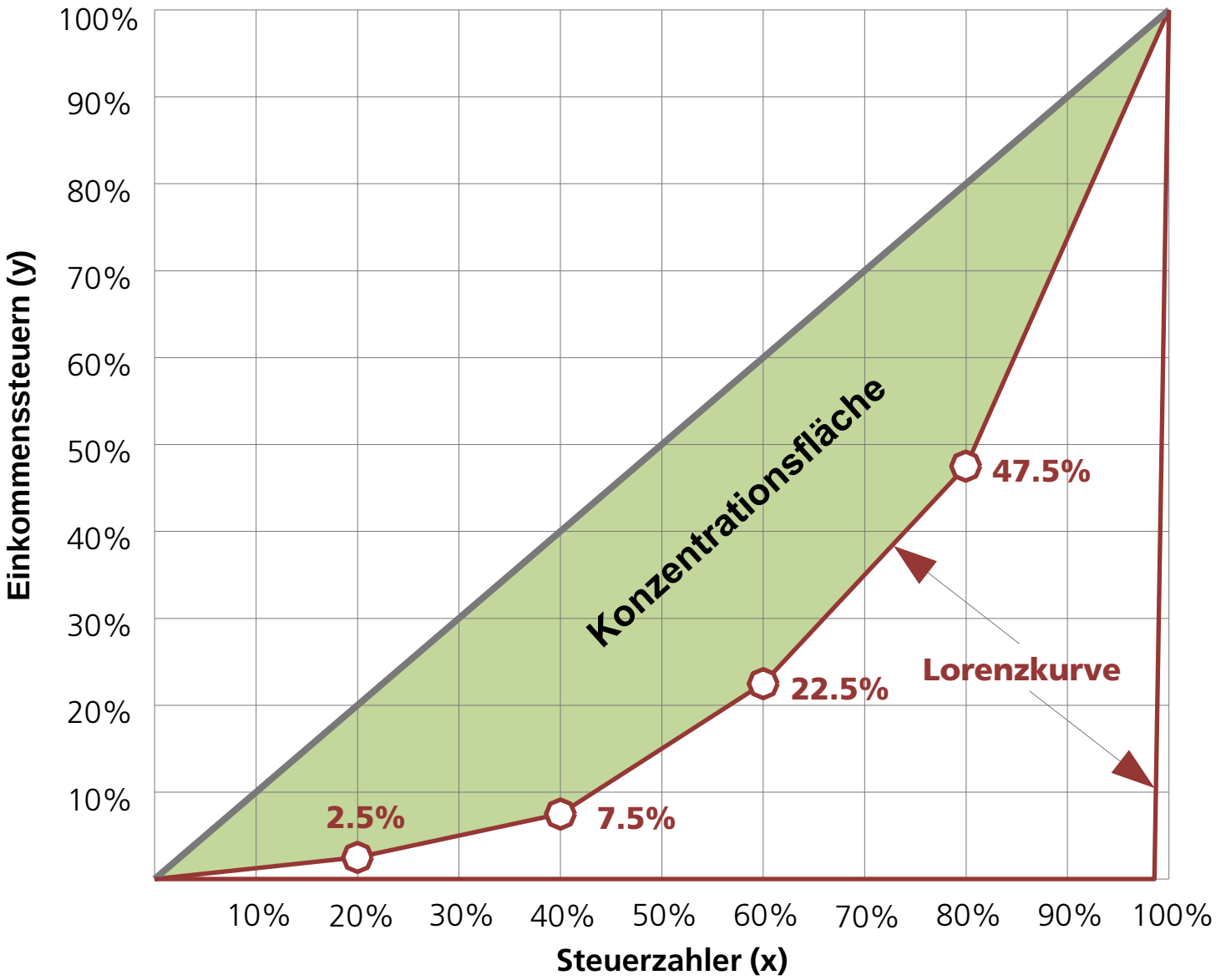


Performance-Analyse

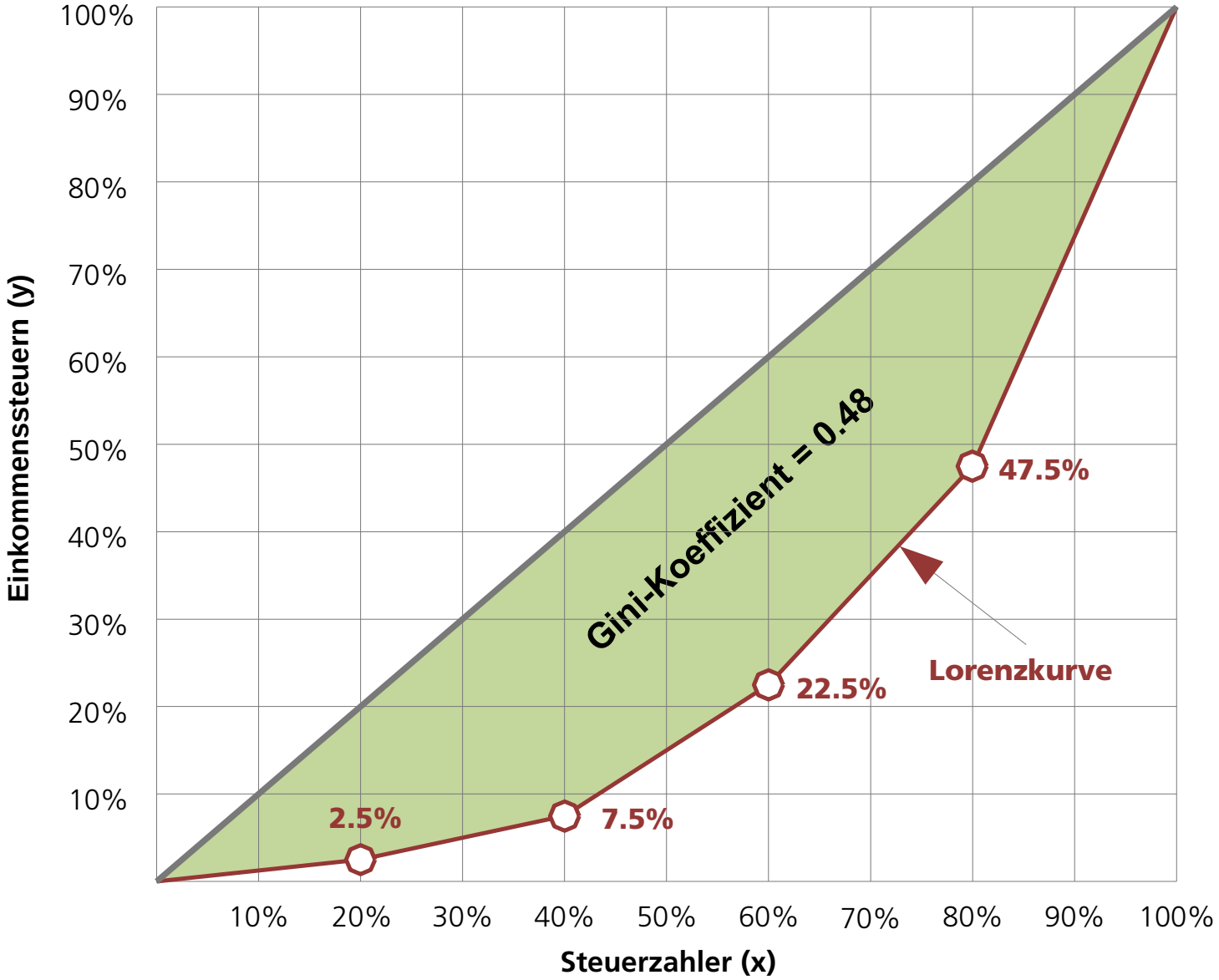
BM-Rendite (10 Jahre): 5,50%; PF-Rendite (10 Jahre): 6,70%; Alpha: 10%



Lorenzkurve: Verteilung der Steuerlast



Lorenzkurve: Verteilung der Steuerlast

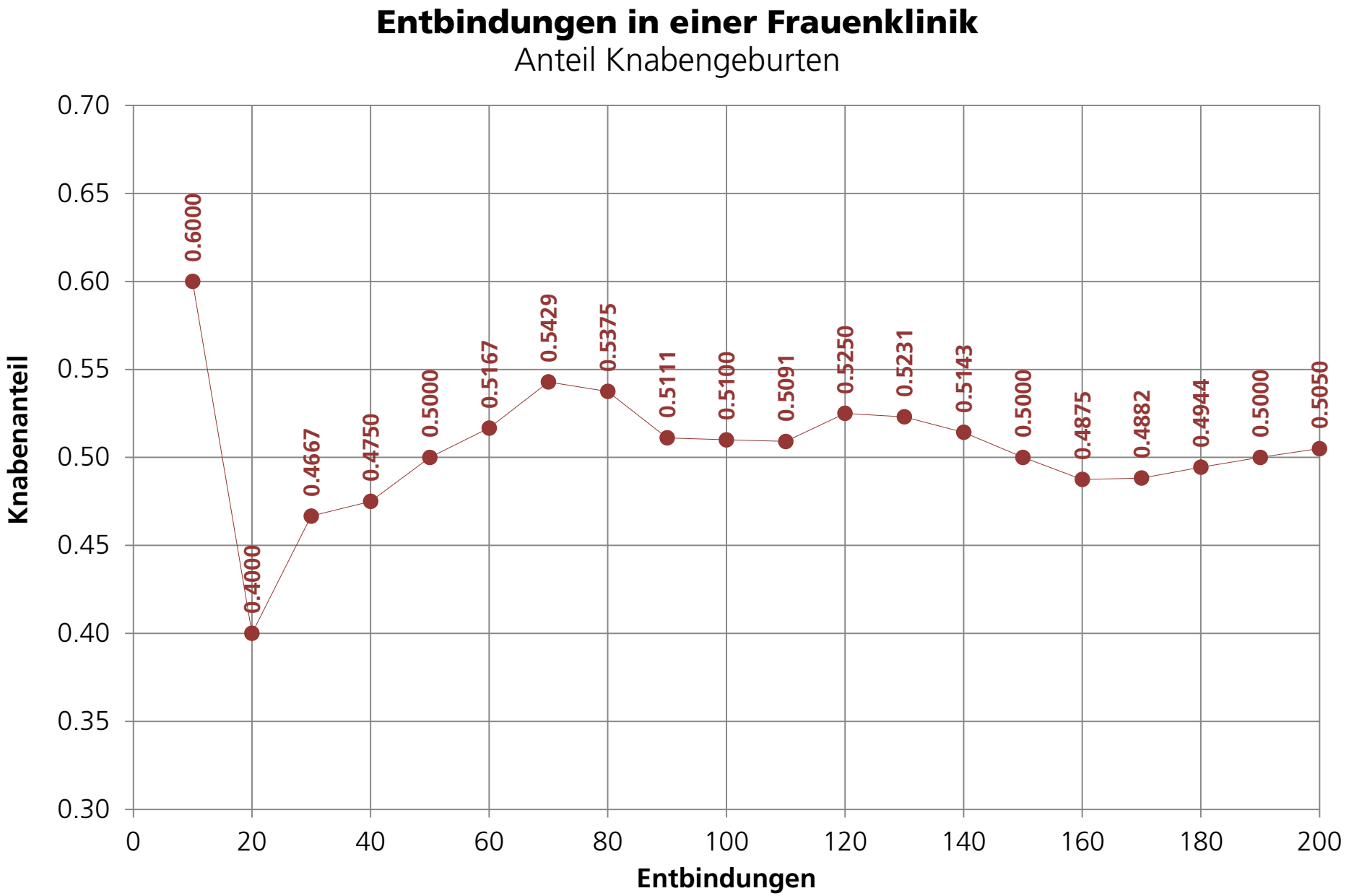


institut für **b**anken und **f**inanzplanung
Feldstrasse 41, 7205 Zizers
081 330 82 40, max.luescher@ibf-chur.ch
www.ibf-chur.ch

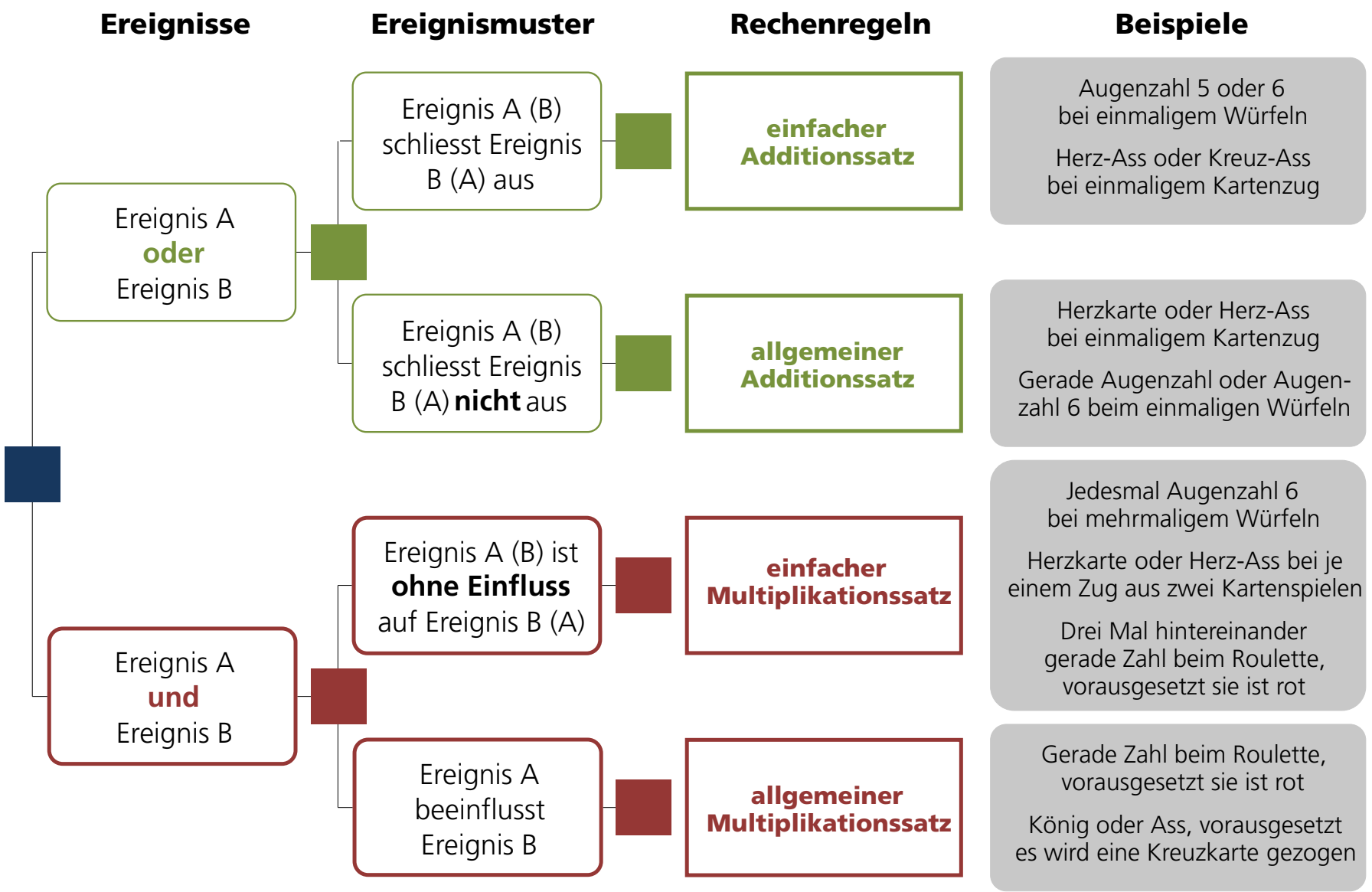
Diagramme

Grundlagen der Finanzmathematik/-statistik
Kompakte Einführung für Praxis und Studium
Max Lüscher-Marty
4., überarbeitete Auflage 2021
Compendio Bildungsmedien AG

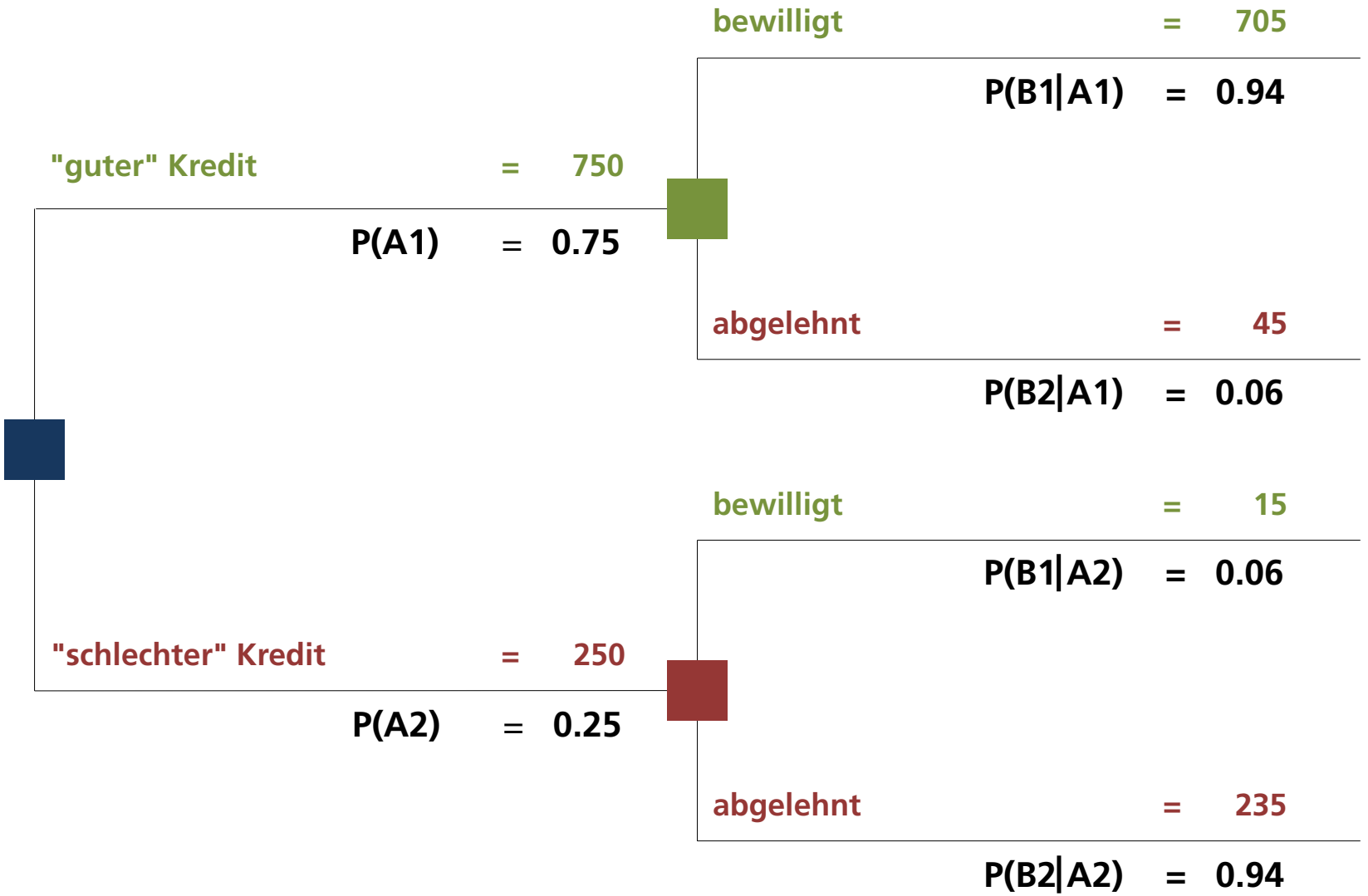
Kapitel 7:
Wahrscheinlichkeitsrechnung


Entbindungen in einer Frauenklinik
Anteil Knabengeburten
Knabenanteil
0.70
0.65
0.60
0.55
0.50
0.45
0.40
0.35
0.30
0.6000
0.4000
0.4667
0.4750
0.5000
0.5167
0.5429
0.5375
0.5111
0.5100
0.5091
0.5250
0.5231
0.5143
0.5000
0.4875
0.4882
0.4944
0.5000
0.5050
0
20
40
60
80
100
120
140
160
180
200
Entbindungen

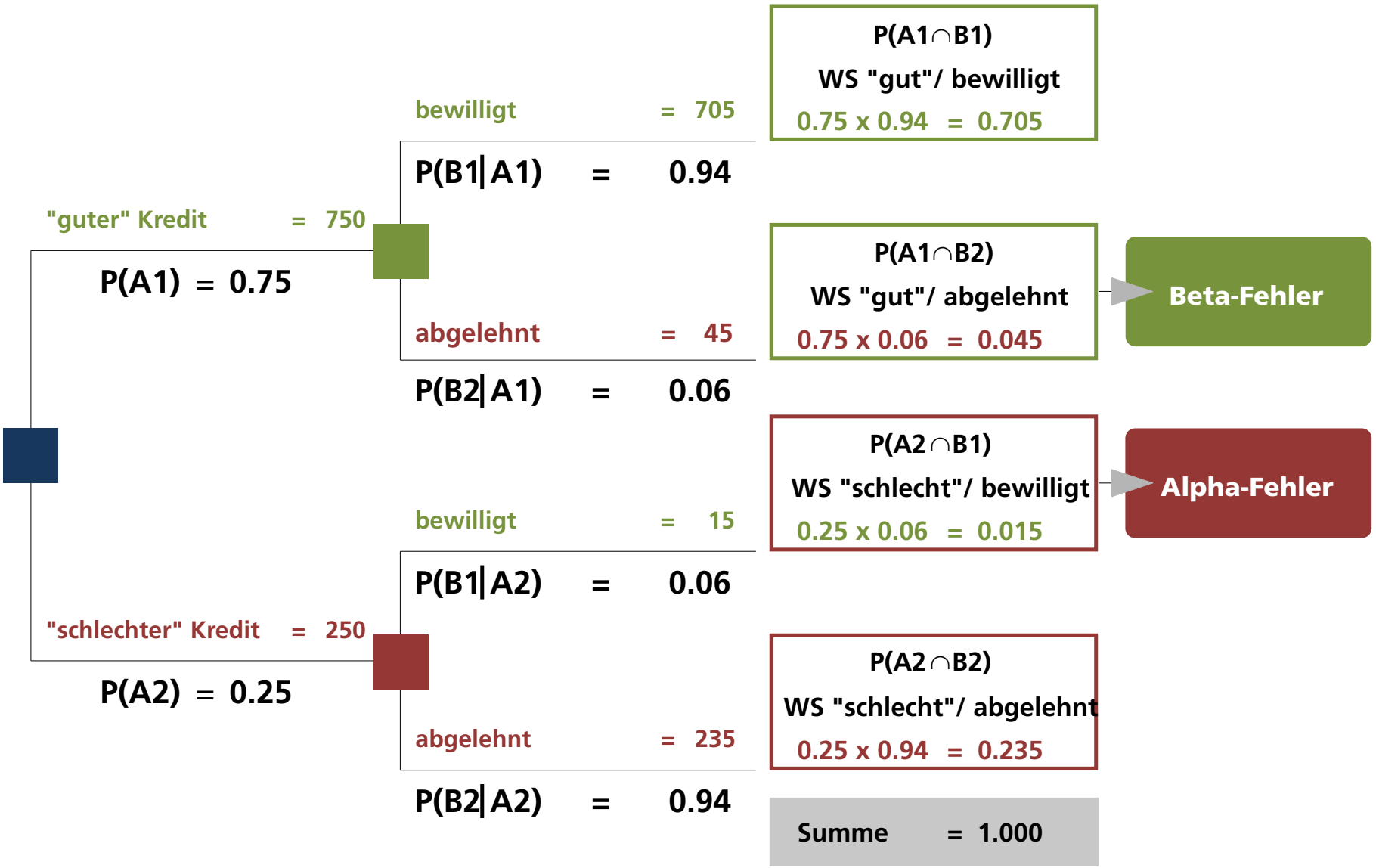
Wahrscheinlichkeitsrechnung für zwei und mehr Ereignisse



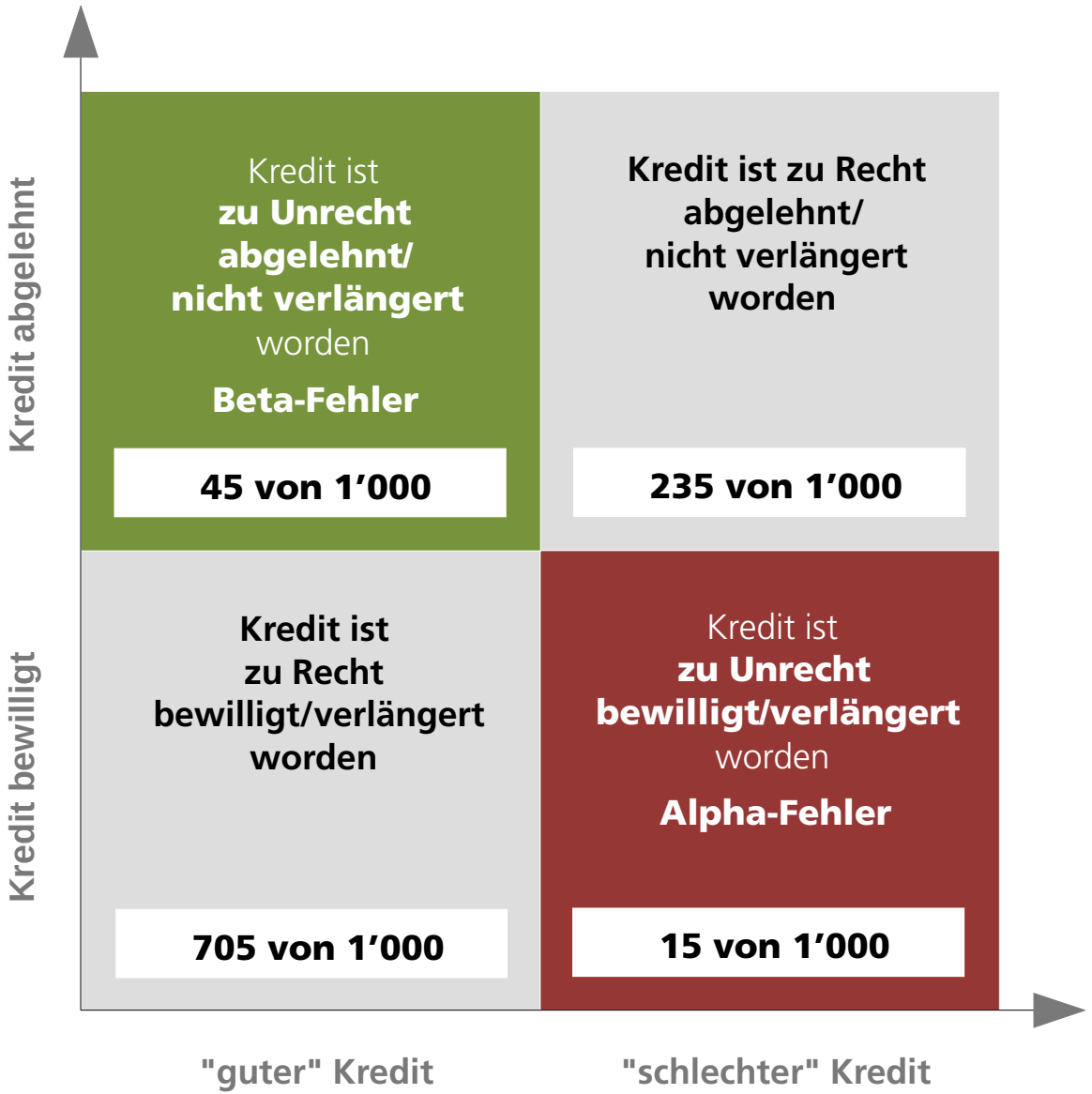
Bedingte Wahrscheinlichkeiten: Grobanalyse



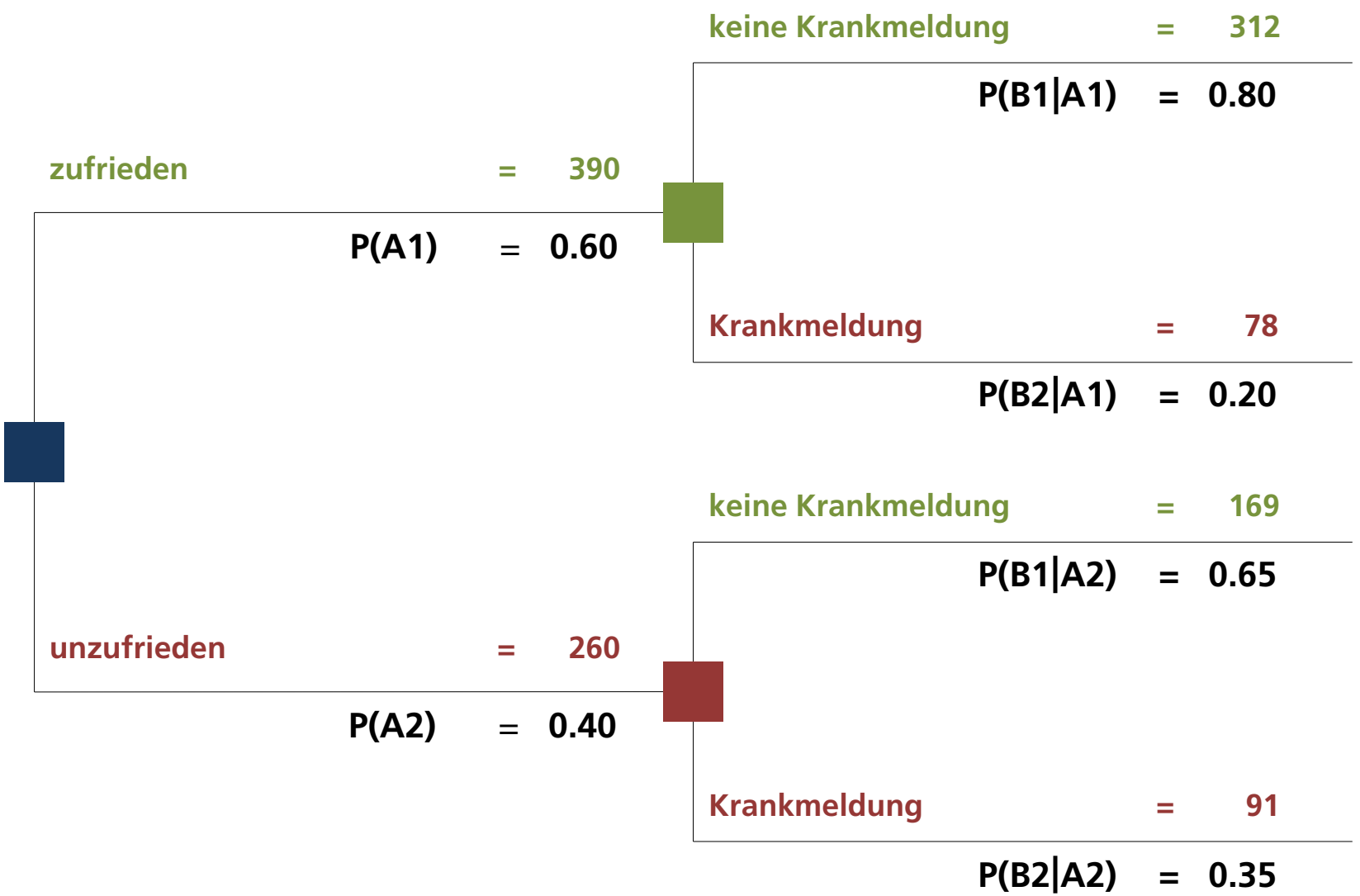
Bedingte Wahrscheinlichkeiten: Detailanalyse



Kreditprüfung: Alphafehler, Betafehler



Ereignisse und Ereignis-Wahrscheinlichkeiten



Kombinatorik

Variationen

Gegeben sind k sich ausschliessende Ereignisse.

Wie viele verschiedene Ereignisabfolgen sind bei n Versuchen möglich?

Beispiele:

Ereignisabfolgen (Kopf, Zahl) bei n Münzwürfen;

Ereignisabfolgen (1, 2, X) bei n Fussballspielen (Toto-X).

Permutationen

Gegeben sind n verschiedene Elemente.

Wie viele Möglichkeiten gibt es, die verschiedenen Elemente anzuordnen bzw. einzureihen?

Wie viele Anordnungen sind möglich, wenn aus n Elementen k Elemente gezogen werden?

Beispiele:

Anzahl möglicher Sitzordnungen in einer Sechser-Sesselbahn;

Podestanordnungen (1., 2., 3.) bei einem Wettkampf mit 50 Teilnehmern.

Kombinationen

Gegeben sind n verschiedene Elemente.

Wie viele verschiedene Kombinationen* sind möglich, wenn zufällig k Elemente gezogen werden?

* Bei Kombinationen spielt die Reihenfolge der Elemente keine Rolle?

Beispiele:

Zahlenkombinationen beim Lotto 6 aus 40 (oder z.B. 6 aus 50);

Beliebiges Podest (1., 2., 3.) bei einem Wettkampf mit 30 Teilnehmern.

institut für **b**anken und **f**inanzplanung
Feldstrasse 41, 7205 Zizers
081 330 82 40, max.luescher@ibf-chur.ch
www.ibf-chur.ch

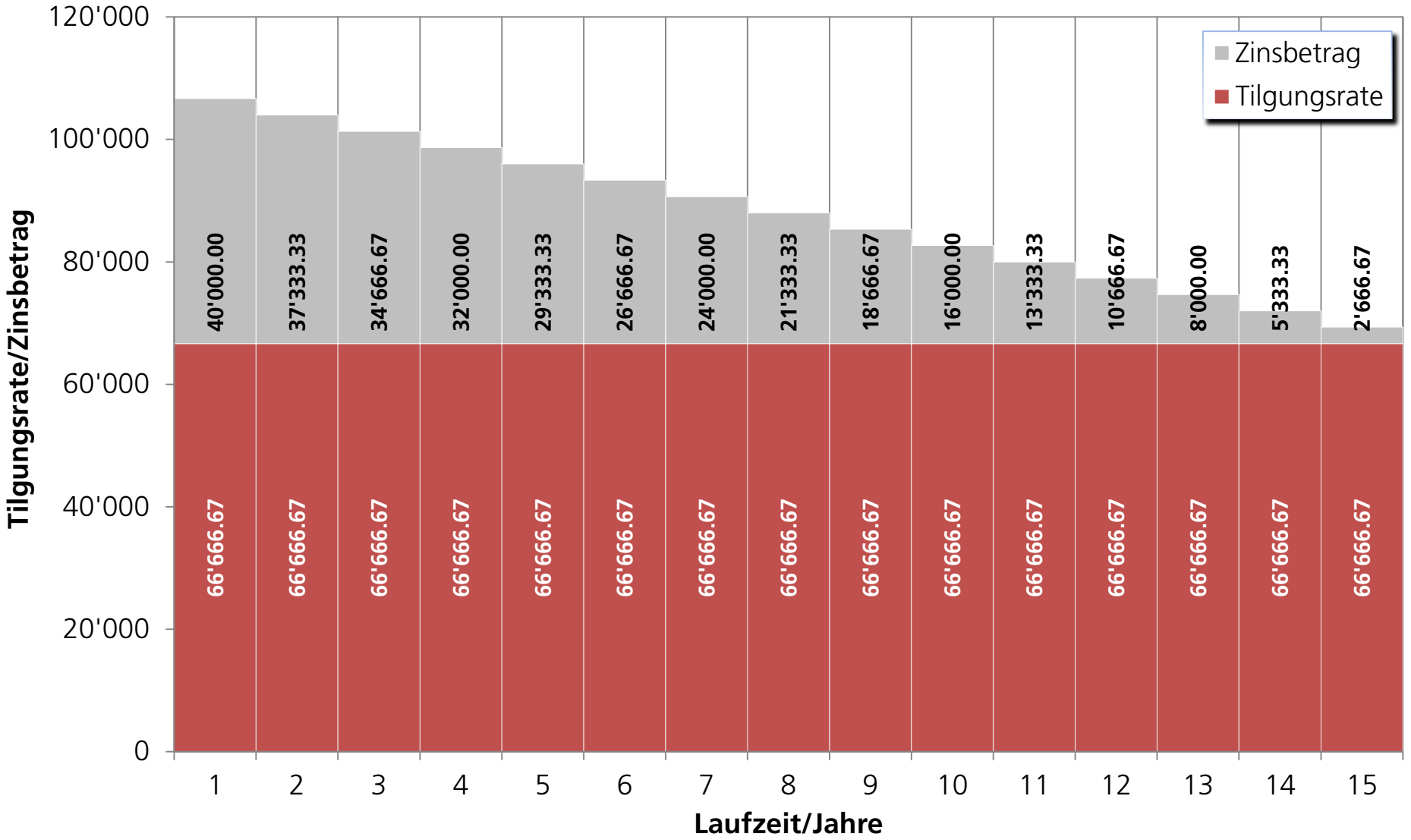
Diagramme

Grundlagen der Finanzmathematik/-statistik
Kompakte Einführung für Praxis und Studium
Max Lüscher-Marty
4., überarbeitete Auflage 2021
Compendio Bildungsmedien AG

Kapitel 8:
Tilgungsrechnung

Festtilgung

Kapital: 1'000'000, Laufzeit: 15 Jahre, Zinssatz: 4.00%, Tilgung: 66'666.67

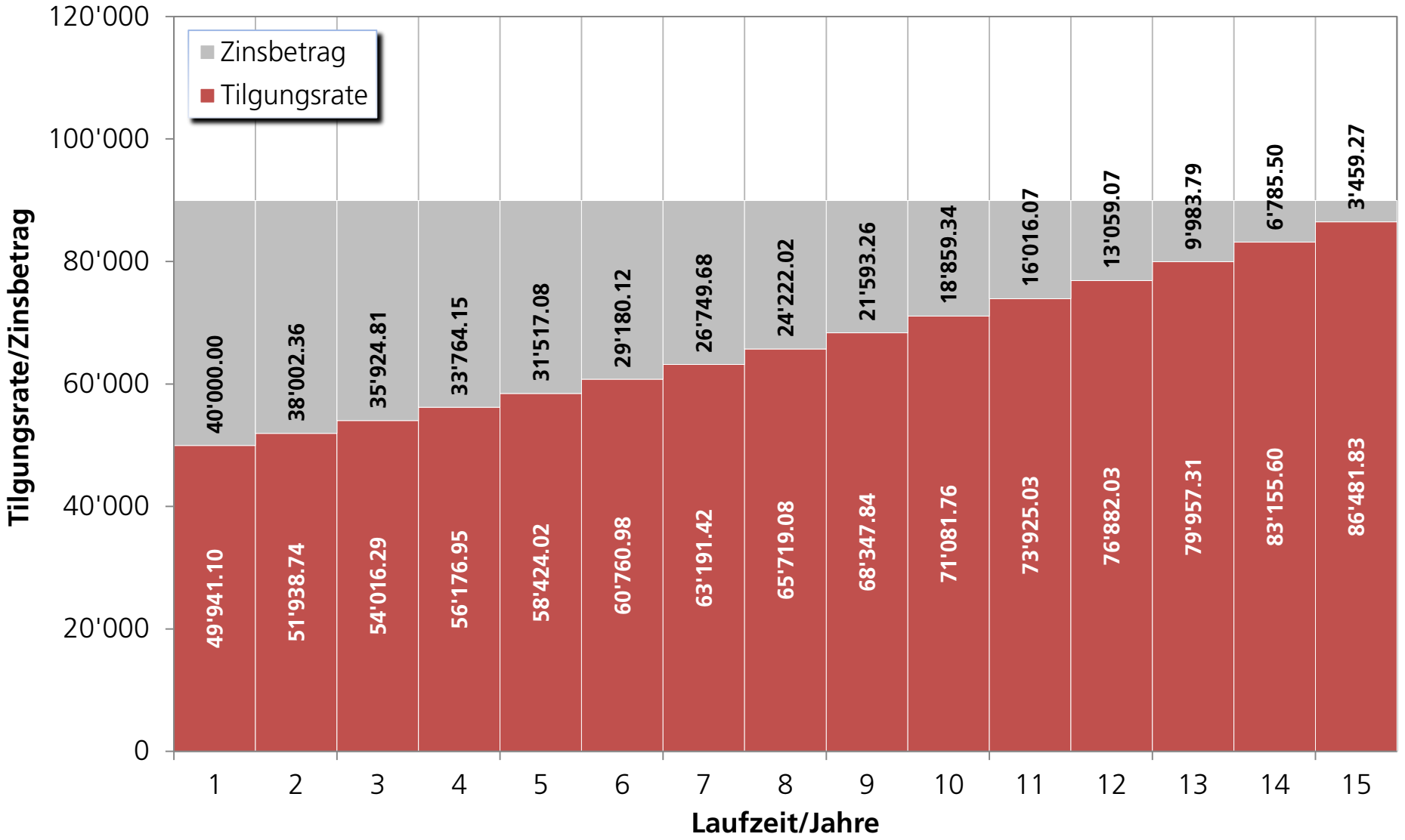


Festtilgung

Rückzahlung (t)	Ratenzahlung (A)	Tilgung (T)	Zins (Z)	Restkredit (K)
1	106'666.67	66’666.67	40’000.00	933’333.33
2	104'000.00	66’666.67	37’333.33	866'666.67
3	101'333.33	66’666.67	34'666.67	800’000.00
4	98'666.67	66’666.67	32'000.00	733'333.33
5	96'000.00	66’666.67	29'333.33	666'666.67
6	93'333.33	66’666.67	26'666.67	600’000.00
7	90'666.67	66’666.67	24'000.00	533'333.33
8	88'000.00	66’666.67	21'333.33	466'666.67
9	85'333.33	66’666.67	18'666.67	400’000.00
10	82'666.67	66’666.67	16'000.00	333'333.33
11	80'000.00	66’666.67	13'333.33	266'666.67
12	77'333.33	66.666.67	10'666.67	200’000.00
13	74'666.67	66.666.67	8'000.00	133'333.33
14	72'000.00	66’666.67	5'333.33	66’666.67
15	69'333.33	66’666.67	2'666.67	0.00

Annuitätentilgung

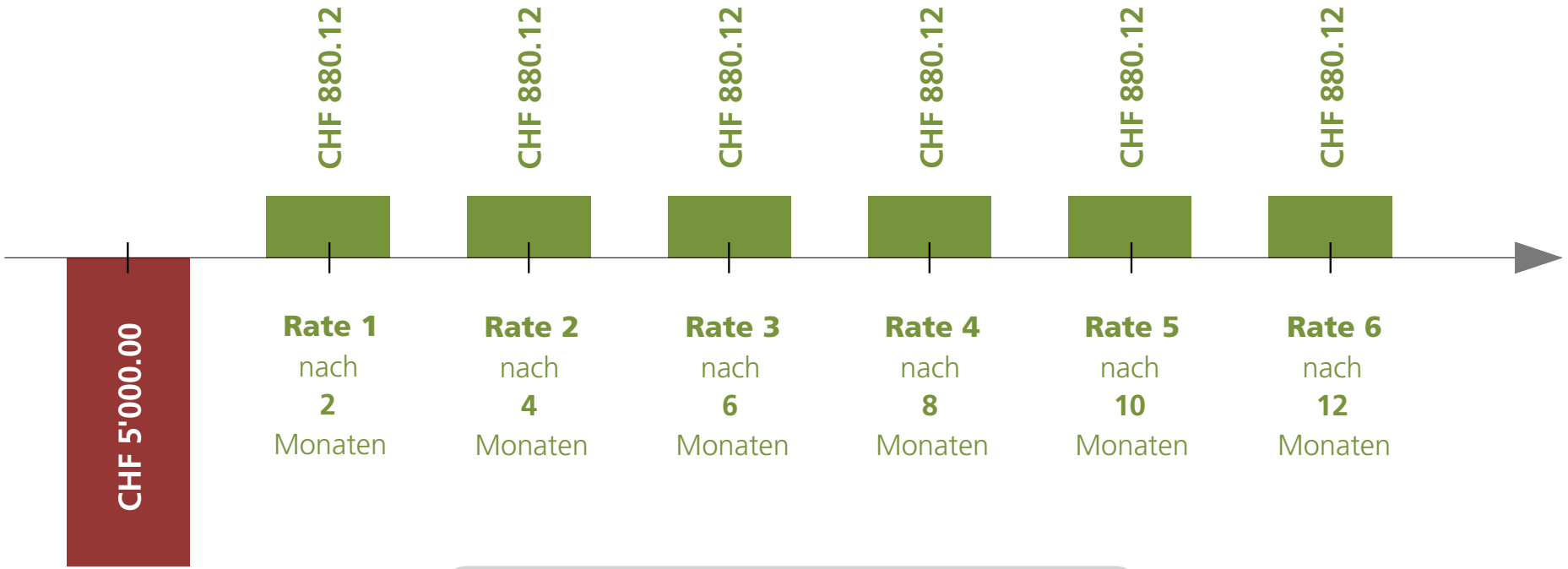
Kapital: 1'000'000, Laufzeit: 15 Jahre, Zinssatz: 4,00%, Annuität: 89'941.10



Annuitätentilgung

Rückzahlung (t)	Annuität (A)	Tilgung (T)	Zins (Z)	Restkredit (K)
1	89’941.10	49’941.10	40’000.00	950’058.90
2	89’941.10	51’938.74	38’002.36	898’120.16
3	89’941.10	54’016.29	35’924.81	844’103.86
4	89’941.10	56’176.95	33’764.15	787’926.92
5	89’941.10	58’424.02	31’517.08	729’502.89
6	89’941.10	60’760.98	29’180.12	668’741.91
7	89’941.10	63’191.42	26’749.68	605’550.48
8	89’941.10	65’719.08	24’222.02	539’831.40
9	89’941.10	68’347.84	21’593.26	471’483.56
10	89’941.10	71’081.76	18’859.34	400’401.80
11	89’941.10	73’925.03	16’016.07	326’476.77
12	89’941.10	76’882.03	13’059.07	249’594.74
13	89’941.10	79’957.31	9’983.79	169’637.43
14	89’941.10	83’155.60	6’785.50	86’481.83
15	89’941.10	86’481.83	3’459.27	0.00

EU-Annuitätenmethode



Kredit	(K0)	CHF 5'000.00
Rate/Annuität	(A)	CHF 880.12
Anzahl Raten	(m)	6 (zweimonatlich)
Laufzeit	(n)	1 Jahr
Zinssatz (normal)	(i)	9,50%
Zinssatz (EU-Norm)	(i)	9,88%

institut für **b**anken und **f**inanzplanung
Feldstrasse 41, 7205 Zizers
081 330 82 40, max.luescher@ibf-chur.ch
www.ibf-chur.ch

Diagramme

Grundlagen der Finanzmathematik/-statistik
Kompakte Einführung für Praxis und Studium
Max Lüscher-Marty
4., überarbeitete Auflage 2021
Compendio Bildungsmedien AG

Kapitel 9:
Investitionsrechnung

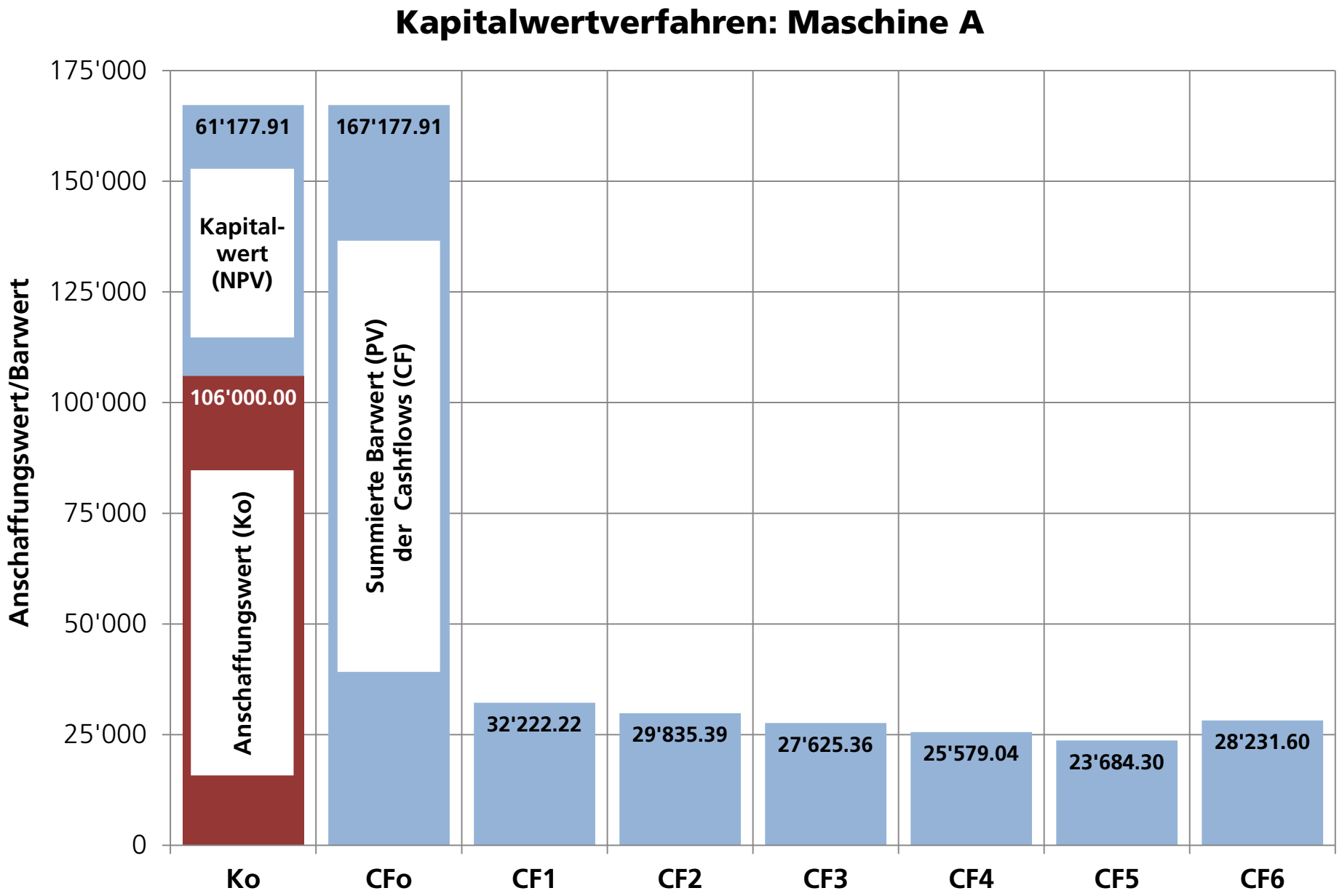
Methoden der Investitionsrechnung

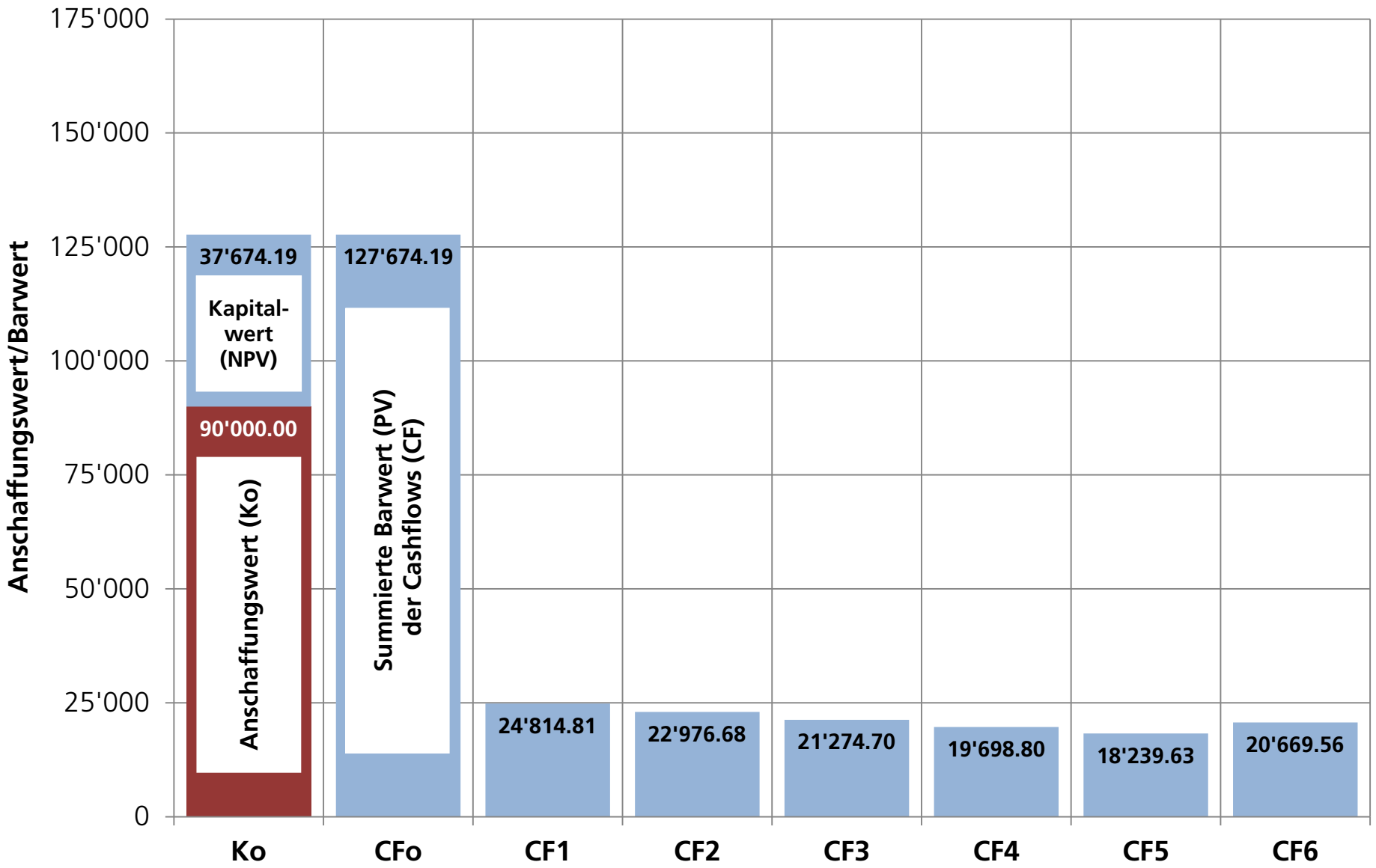
Dynamische (mathematische) Verfahren

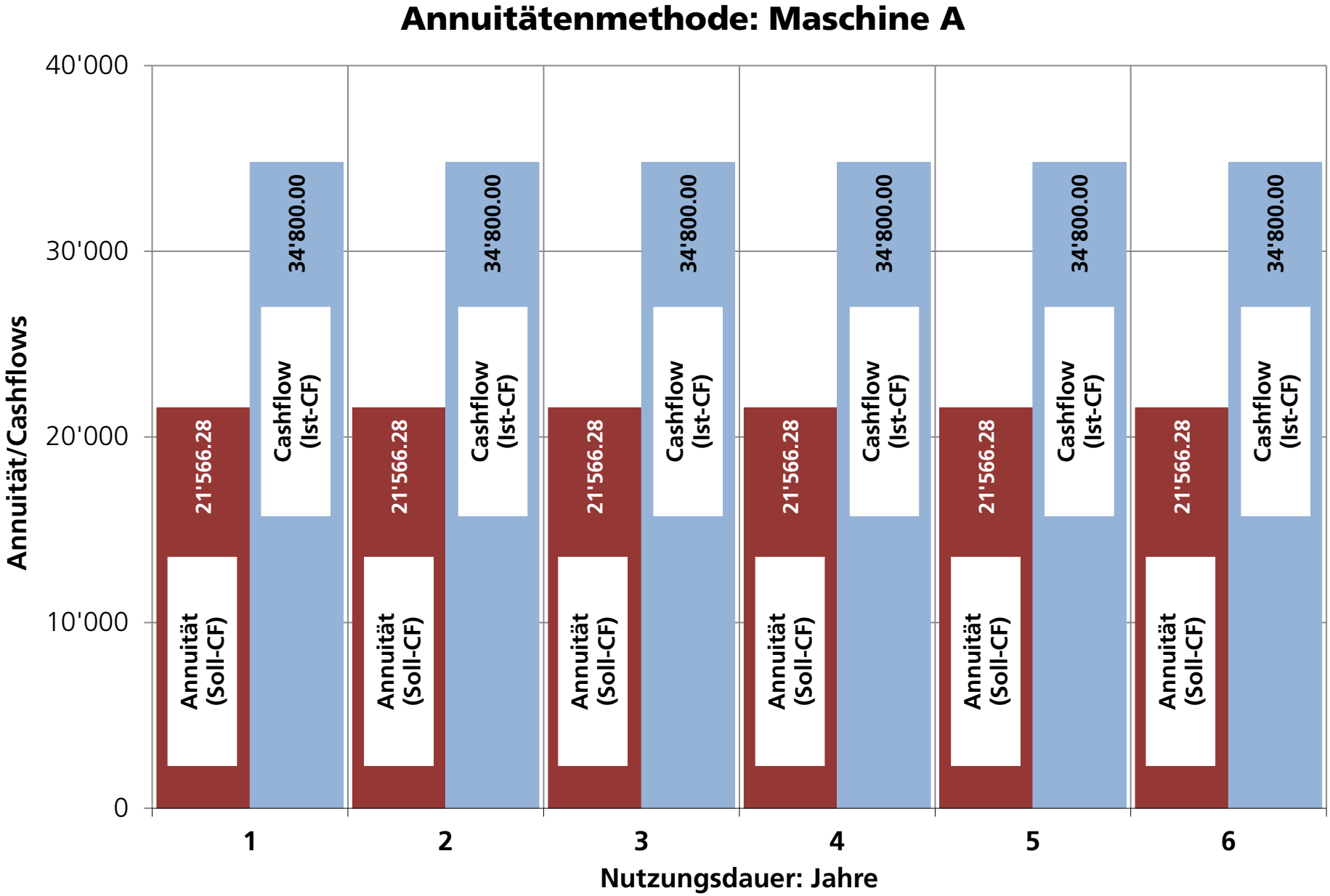
- **Kapitalwertmethode**
- **Annuitätenmethode**
- **Methode des internen Zinssatzes**
- **Dynamische Amortisationsrechnung**
  (dynamische Payback-Methode)

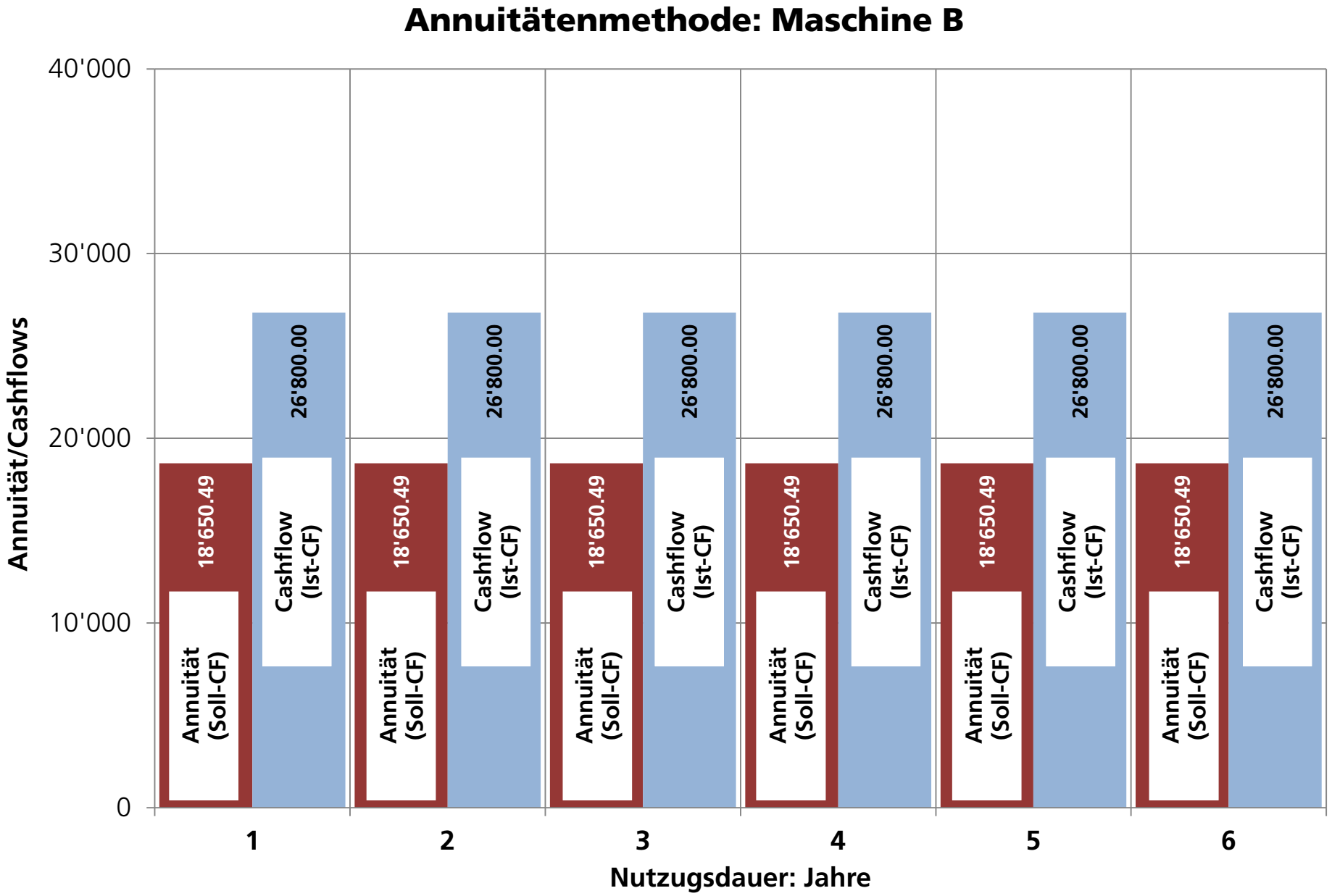
Statische (buchhalterische) Verfahren

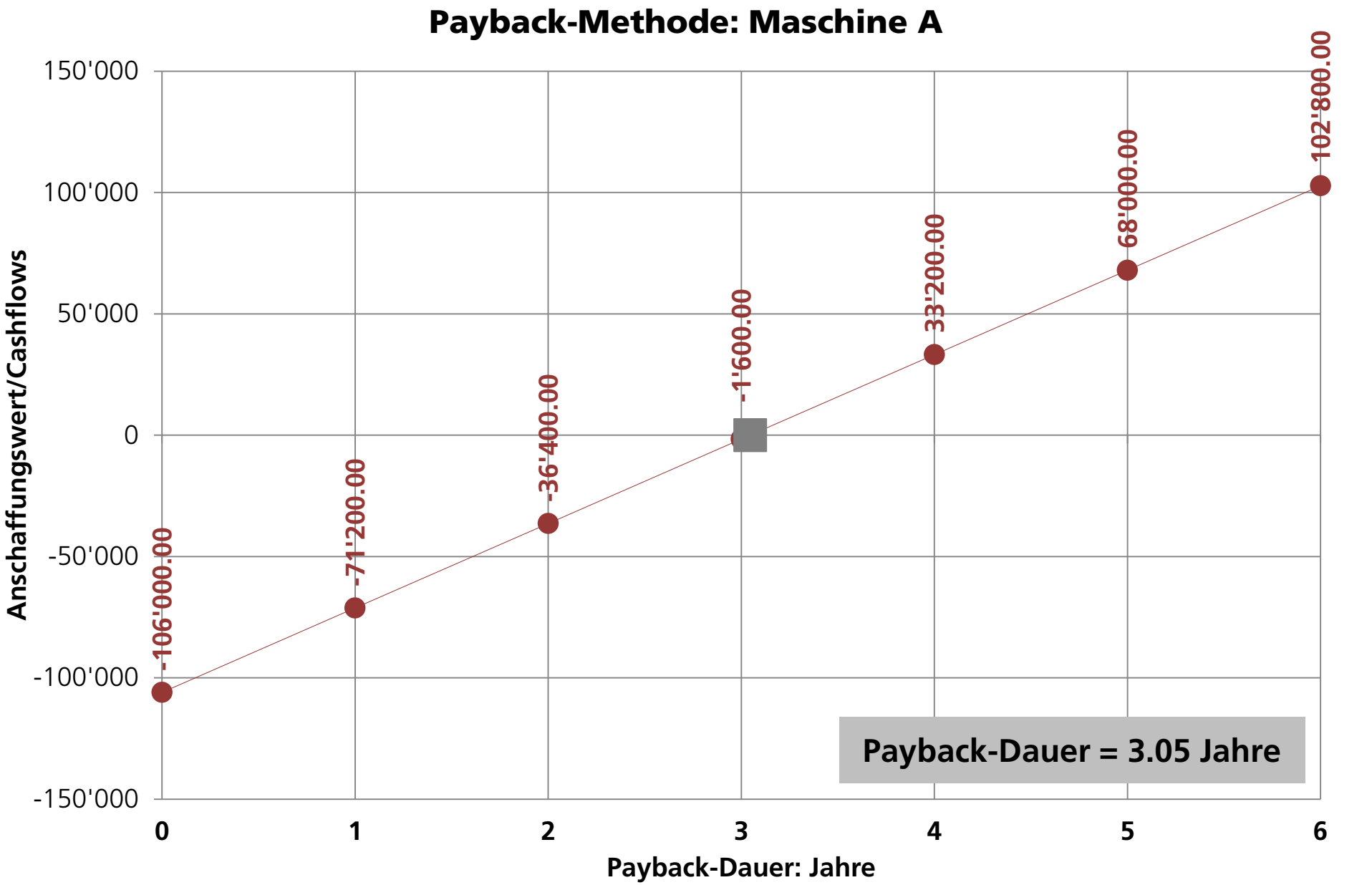
- **Kostenvergleichsrechnung**
- **Gewinnvergleichsrechnung**
- **Renditerechnung**
- **Amortisationsrechnung**
  (Payback-Methode)

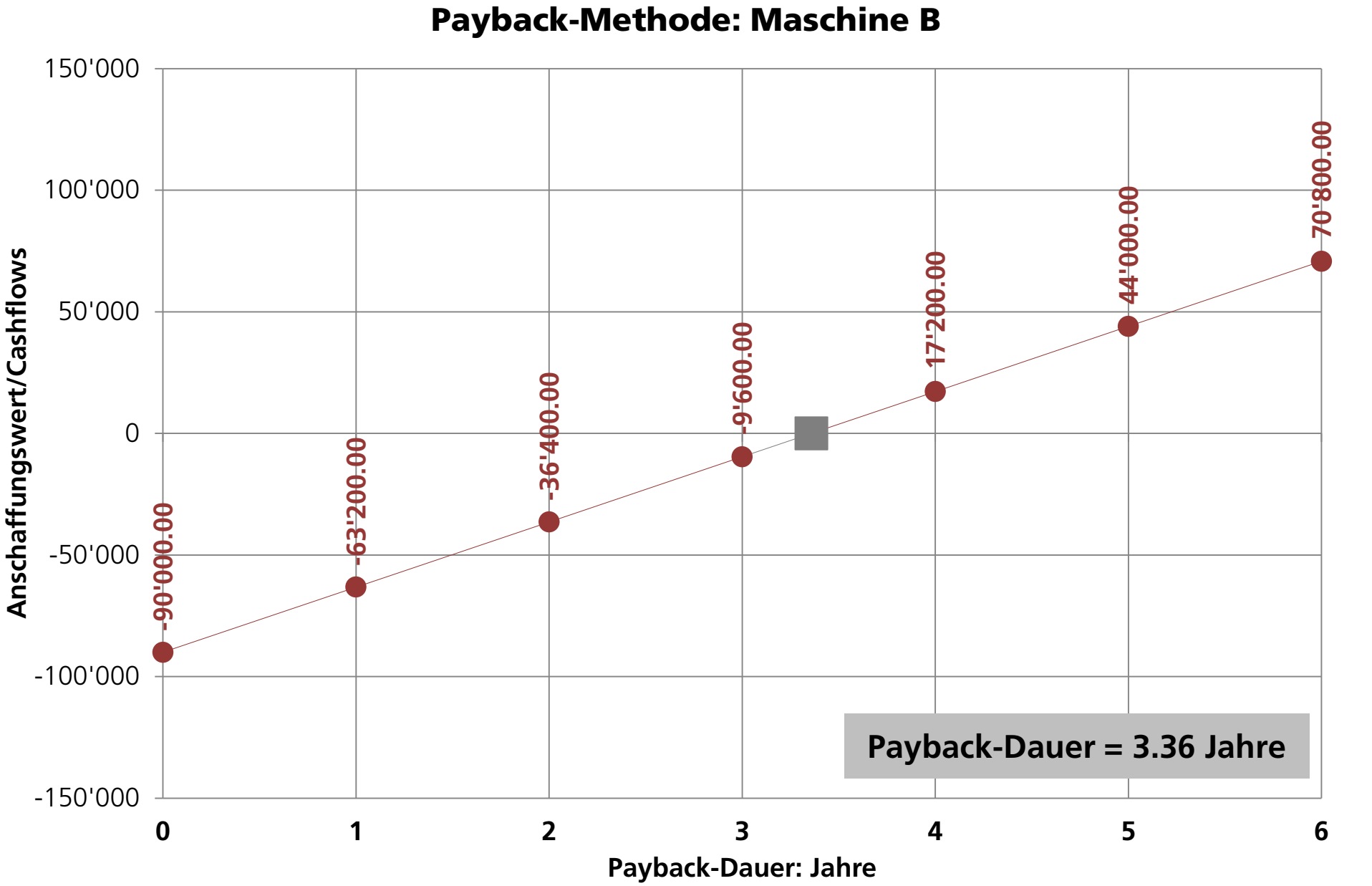

Kapitalwertverfahren: Maschine A
175'000
150'000
125'000
100'000
75'000
50'000
25'000
0
Anschaffungswert/Barwert
61'177.91
Kapital-
wert
(NPV)
106'000.00
Anschaffungswert (Ko)
167'177.91
Summierte Barwert (PV)
der Cashflows (CF)
32'222.22
29'835.39
27'625.36
25'579.04
23'684.30
28'231.60
Ko
CFo
CF1
CF2
CF3
CF4
CF5
CF6


Kapitalwertverfahren: Maschine B
175'000
150'000
125'000
100'000
75'000
50'000
25'000
0
Anschaffungswert/Barwert
37'674.19
Kapital-
wert
(NPV)
90'000.00
Anschaffungswert (Ko)
127'674.19
Summierte Barwert (PV)
der Cashflows (CF)
24'814.81
22'976.68
21'274.70
19'698.80
18'239.63
20'669.56
Ko
CFo
CF1
CF2
CF3
CF4
CF5
CF6


Annuitätenmethode: Maschine A
40'000
30'000
20'000
10'000
0
Annuität/Cashflows
21'566.28
Annuität (Soll-CF)
34'800.00
Cashflow (Ist-CF)
1
2
3
4
5
6
Nutzungsdauer: Jahre


Annuitätenmethode: Maschine B
40'000
30'000
20'000
10'000
0
Annuität/Cashflows
18'650.49
Annuität (Soll-CF)
26'800.00
Cashflow (Ist-CF)
1
2
3
4
5
6
Nutzugsdauer: Jahre


Payback-Methode: Maschine A
150'000
100'000
50'000
0
-50'000
-100'000
-150'000
Anschaffungswert/Cashflows
-106'000.00
-71'200.00
-36'400.00
-1'600.00
33'200.00
68'000.00
102'800.00
0
1
2
3
4
5
6
Payback-Dauer: Jahre
Payback-Dauer = 3.05 Jahre


Payback-Methode: Maschine B
150'000
100'000
50'000
0
-50'000
-100'000
-150'000
Anschaffungswert/Cashflows
-90'000.00
-63'200.00
-36'400.00
-9'600.00
17'200.00
44'000.00
70'800.00
Payback-Dauer = 3.36 Jahre
0
1
2
3
4
5
6
Payback-Dauer: Jahre

institut für **b**anken und **f**inanzplanung
Feldstrasse 41, 7205 Zizers
081 330 82 40, max.luescher@ibf-chur.ch
www.ibf-chur.ch

Diagramme

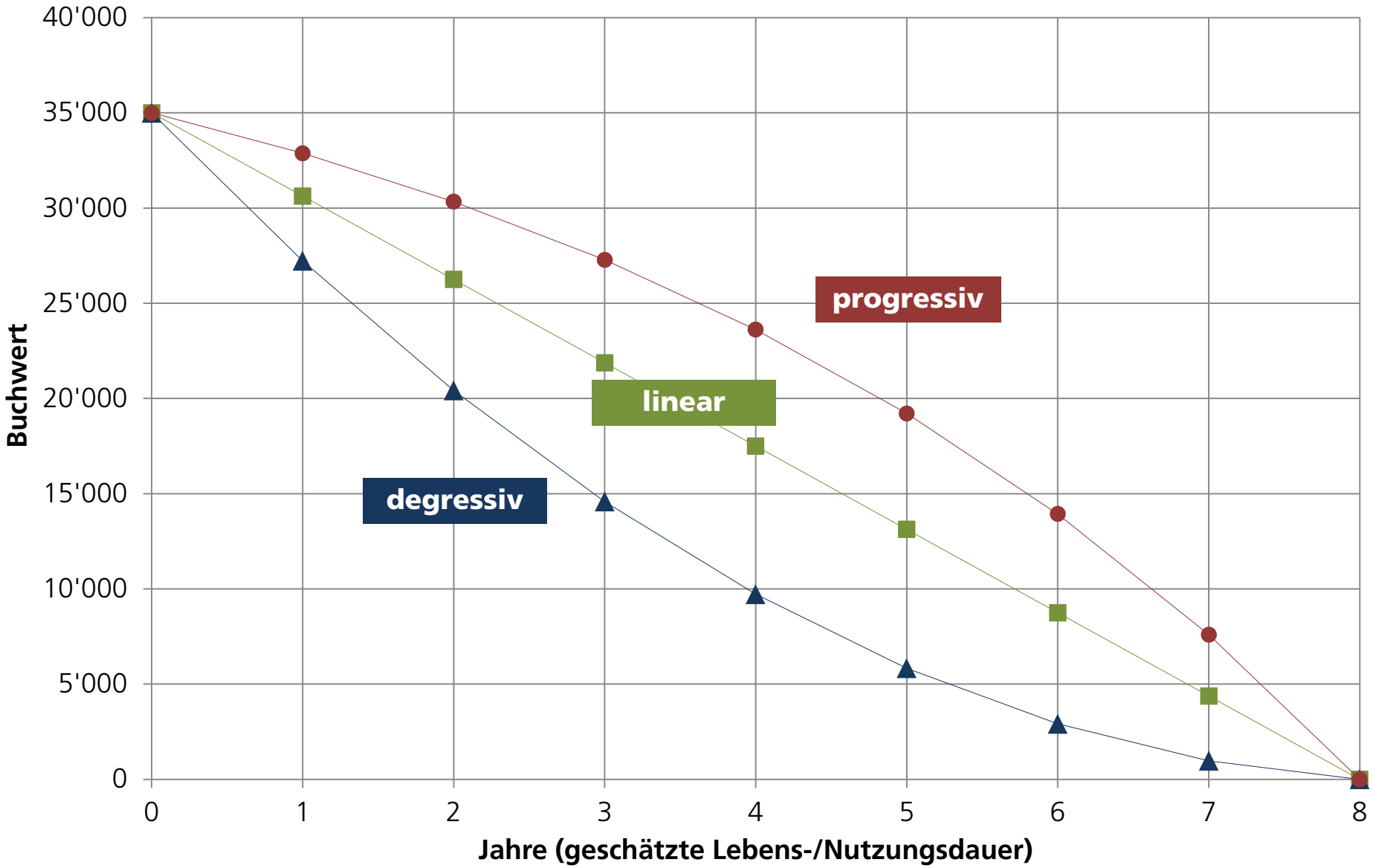
Grundlagen der Finanzmathematik/-statistik
Kompakte Einführung für Praxis und Studium
Max Lüscher-Marty
4., überarbeitete Auflage 2021
Compendio Bildungsmedien AG

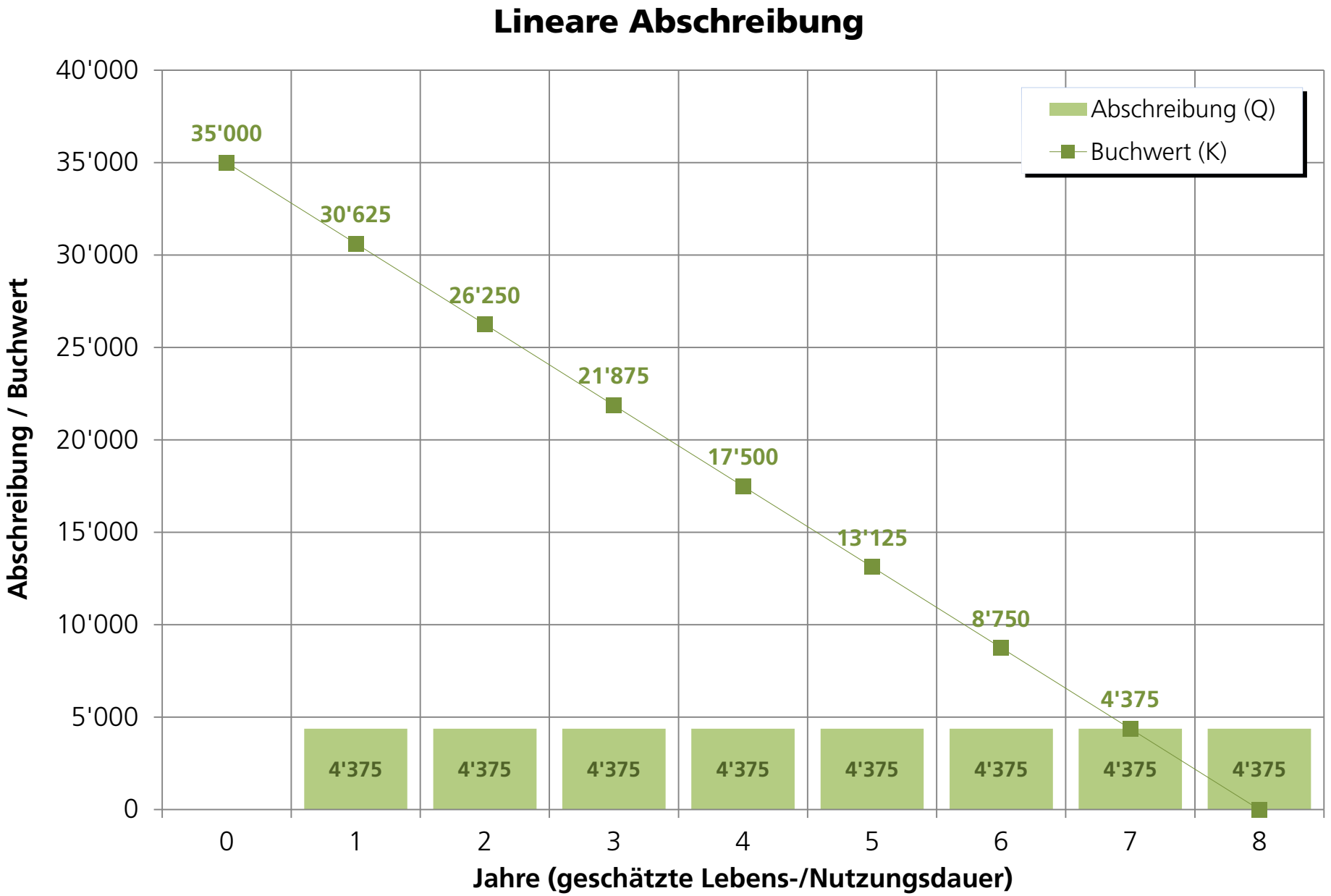
Kapitel 10:
Abschreibungsrechnung

Abschreibungs-methoden

Lineare Abschreibung	Degressive Abschreibung	Progressive Abschreibung
Der Abschreibungs-betrag ist von Jahr zu Jahr **gleich gross**	Der Abschreibungs-betrag **verringert** sich von Jahr zu Jahr.	Der Abschreibungs-betrag **vergrössert** sich von Jahr zu Jahr.

Abschreibungsmethoden




Lineare Abschreibung
Abschreibung / Buchwert
40'000
35'000
30'000
25'000
20'000
15'000
10'000
5'000
0
Abschreibung (Q)
Buchwert (K)
35'000
30'625
26'250
21'875
17'500
13'125
8'750
4'375
4'375
4'375
4'375
4'375
4'375
4'375
4'375
4'375
0
1
2
3
4
5
6
7
8
Jahre (geschätzte Lebens-/Nutzungsdauer)

Degressive Abschreibung

Arithmetisch-degressive Abschreibung

Der Abschreibungsbetrag vermindert sich Jahr für Jahr um einen fixen Betrag (d)

Grundform

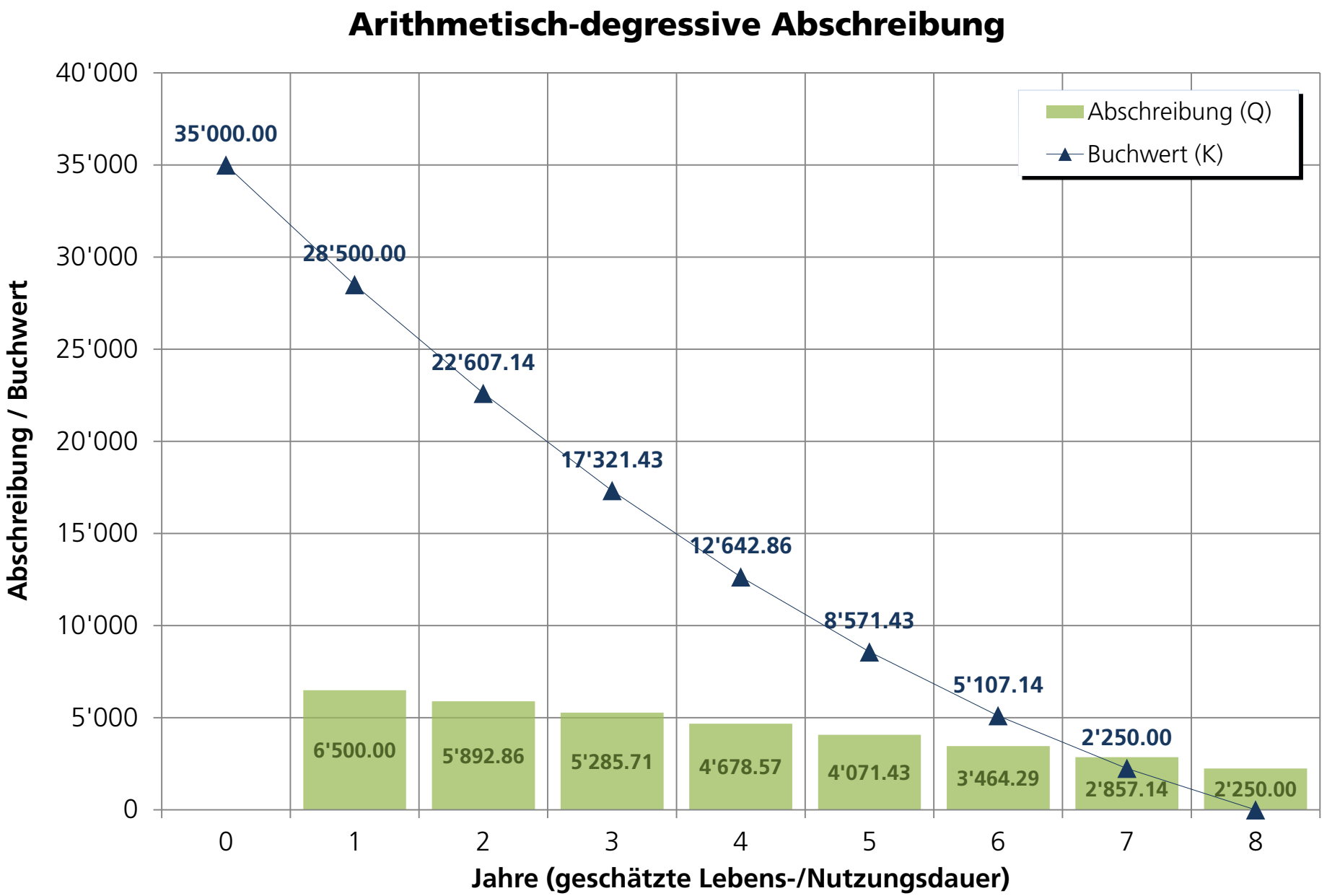
Ausgangspunkt ist die Abschreibung für das erste Jahr.

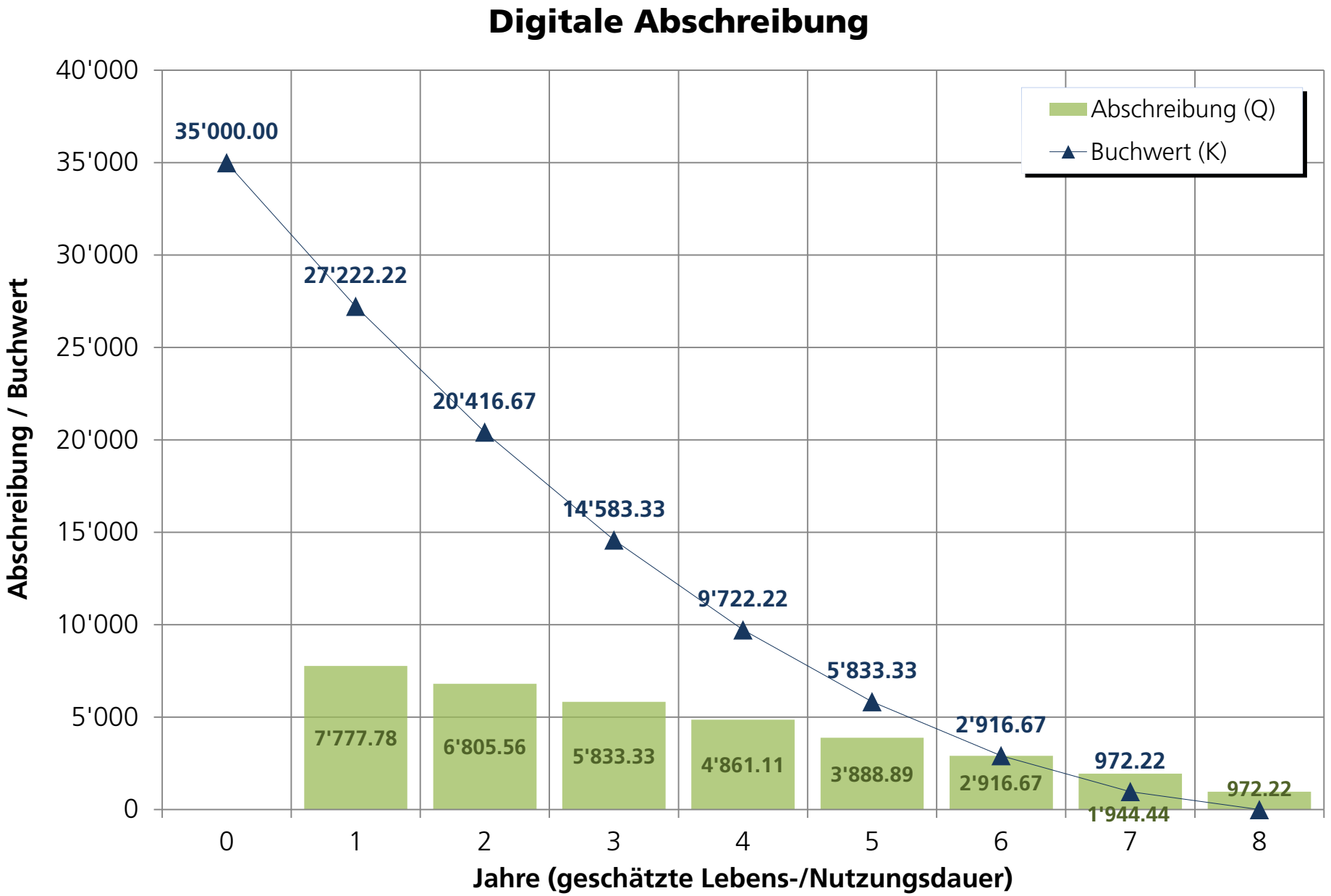
Sonderform

Ausgangspunkt ist die Abschreibung für das letzte Jahr.

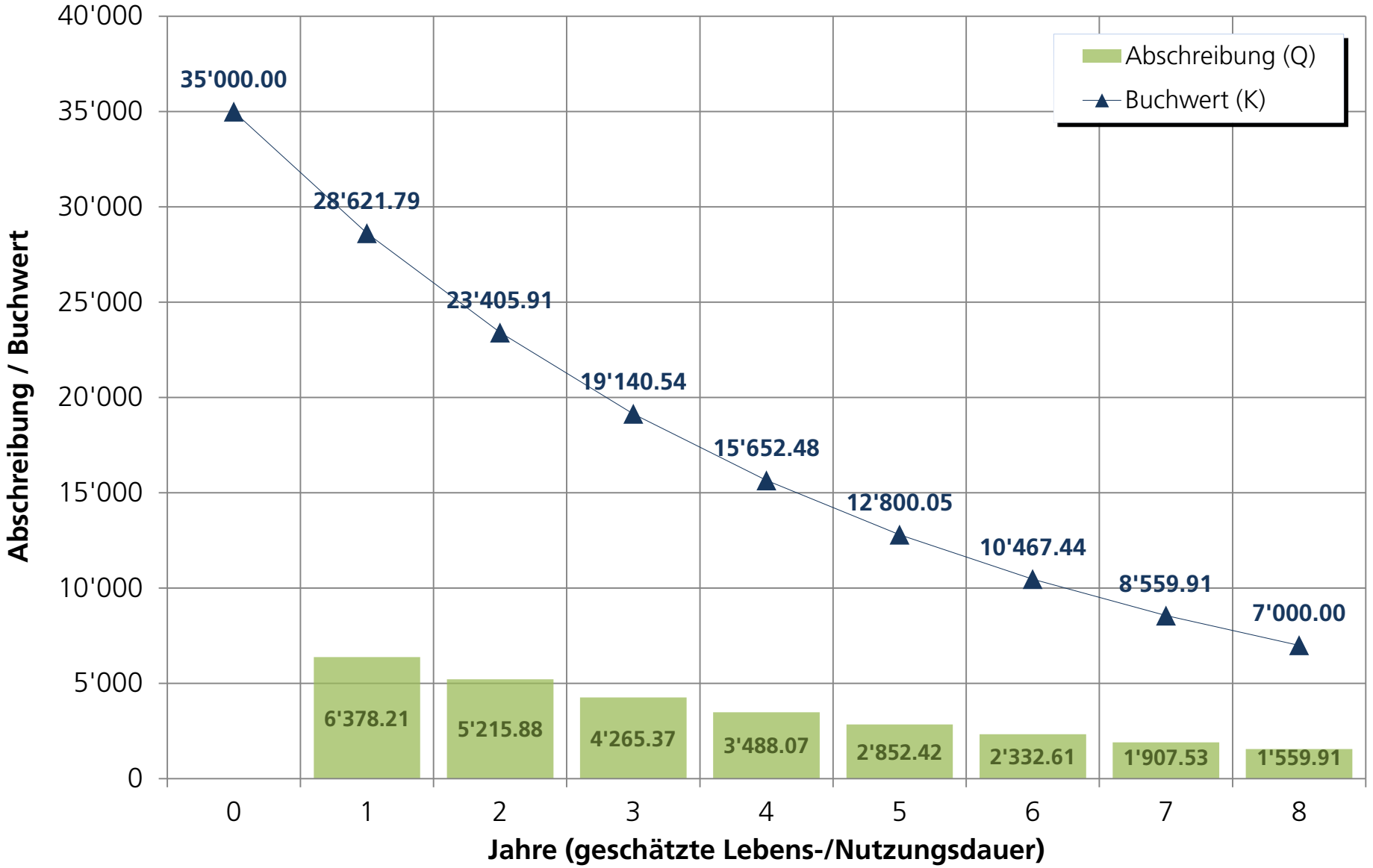
Geometrisch-degressive Abschreibung

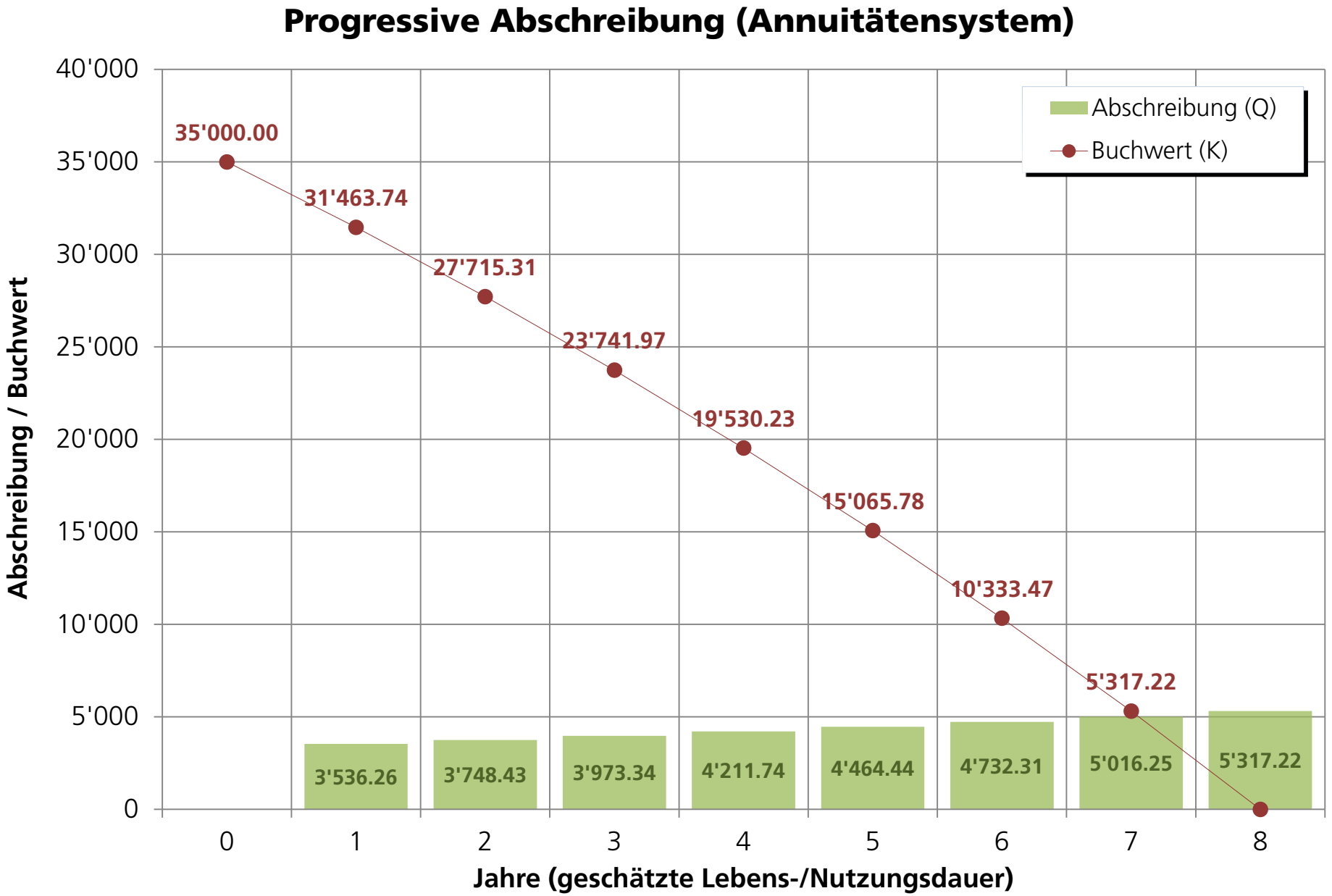
Der Abschreibungsbetrag verringert sich Jahr für Jahr um einen fixen Prozentsatz (i)


Arithmetisch-degressive Abschreibung
Abschreibung (Q)
Buchwert (K)
Abschreibung / Buchwert
Jahre (geschätzte Lebens-/Nutzungsdauer)
40'000
35'000
30'000
25'000
20'000
15'000
10'000
5'000
0
0
1
2
3
4
5
6
7
8
35'000.00
28'500.00
22'607.14
17'321.43
12'642.86
8'571.43
5'107.14
2'250.00
2'250.00
6'500.00
5'892.86
5'285.71
4'678.57
4'071.43
3'464.29
2'857.14


Digitale Abschreibung
Abschreibung (Q)
Buchwert (K)
Abschreibung / Buchwert
Jahre (geschätzte Lebens-/Nutzungsdauer)
40'000
35'000
30'000
25'000
20'000
15'000
10'000
5'000
0
0
1
2
3
4
5
6
7
8
35'000.00
27'222.22
20'416.67
14'583.33
9'722.22
5'833.33
2'916.67
972.22
1'944.44
7'777.78
6'805.56
5'833.33
4'861.11
3'888.89
2'916.67
972.22

Geometrisch-degressive Abschreibung




Progressive Abschreibung (Annuitätensystem)
Abschreibung / Buchwert
40'000
35'000
30'000
25'000
20'000
15'000
10'000
5'000
0
Abschreibung (Q)
Buchwert (K)
35'000.00
31'463.74
27'715.31
23'741.97
19'530.23
15'065.78
10'333.47
5'317.22
3'536.26
3'748.43
3'973.34
4'211.74
4'464.44
4'732.31
5'016.25
5'317.22
0
1
2
3
4
5
6
7
8
Jahre (geschätzte Lebens-/Nutzungsdauer)

institut für **b**anken und **f**inanzplanung
Feldstrasse 41, 7205 Zizers
081 330 82 40, max.luescher@ibf-chur.ch
www.ibf-chur.ch

Diagramme

Grundlagen der Finanzmathematik/-statistik
Kompakte Einführung für Praxis und Studium
Max Lüscher-Marty
4., überarbeitete Auflage 2021
Compendio Bildungsmedien AG

Anhang:
Algebra

Regeln zum Auflösen von Gleichungen

Die Grundregeln lauten wie folgt:

Regel 1: Tauscht man die rechte Seite einer Gleichung mit der linken Seite, ändert sich die Aussage nicht.

Regel 2: Eine Gleichung bleibt richtig, wenn auf beiden Seiten dieselbe Grösse addiert oder subtrahiert wird.

Regel 3: Eine Gleichung bleibt richtig, wenn beide Seiten mit derselben Grösse multipliziert oder durch dieselbe Grösse dividiert werden. Es darf jedoch nicht durch Null dividiert werden.

Regel 4: Die Auflösung einer Gleichung beginnt mit der höheren Rechenart: Potenzrechnung geht vor Multiplikation. Punktrechnung (Multiplikation und Division) geht vor Strichrechnung (Addition und Subtraktion). Klammern können eine andere Reihenfolge verlangen.

Regel 5: Die gesuchte Grösse gehört auf die linke Seite der Gleichung.